

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA**  
Departamento Acadêmico da Construção Civil  
Curso Técnico em Agrimensura

# **PRINCÍPIOS DE GEODÉSIA ELEMENTAR**

**SÉRIE: TOPOGRAFIA E AGRIMENSURA PARA CURSOS  
TÉCNICOS**

2ª Edição

**Rovane Marcos de França  
Cesar Rogério Cabral  
Markus Hasenack  
Carolina Collischonn  
Évelin Moreira Gonçalves  
Ivandro Klein**



**Florianópolis-SC  
2022**

**Curso Técnico em Agrimensura:**

Av. Mauro Ramos, 950, Centro, Florianópolis - Santa Catarina

CEP: 88020-300

Telefone: (48) 3321-6061

<http://agrimensura.florianopolis.ifsc.edu.br>

**Reitoria:**

Rua 14 de Julho, 150, Coqueiros, Florianópolis - Santa Catarina

CEP: 88075-010

Telefone: (48) 3877-9000 / Fax: (48) 3877-9060

[www.ifsc.edu.br](http://www.ifsc.edu.br)

Reprodução total ou parcial dessa obra autorizada pelos autores e pela instituição para fins educativos e não comerciais.

Catálogo na fonte pelo Instituto Federal de Educação,  
Ciência e Tecnologia de Santa Catarina - IFSC  
Reitoria

P957

Princípios de geodésia elementar: topografia e agrimensura para cursos técnicos  
[recurso eletrônico] / Rovane Marcos de França... [et al.] – Florianópolis: IFSC, 2ª  
edição. 2022.

1 Livro digital.

71 p.: il.

Vários autores.

Inclui referências.

ISBN 97885XXXXXXX

1. Geodésia. 2. Topografia. 3. Agrimensura. I. França, Rovane Marcos de.

CDD 526.98

## SUMÁRIO

|                                                                 |           |
|-----------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO À CIÊNCIA TOPOGRÁFICA .....</b>                 | <b>5</b>  |
| 1.1 CONCEITOS .....                                             | 5         |
| 1.2 ÁREA DE ATUAÇÃO .....                                       | 7         |
| 1.3 LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO .....                              | 7         |
| 1.4 TIPOS DE LEVANTAMENTOS TOPOGRÁFICOS .....                   | 7         |
| <b>2 INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS.....</b>                         | <b>10</b> |
| <b>3 TEORIA DOS ERROS.....</b>                                  | <b>13</b> |
| 3.1 TIPOS DE ERROS.....                                         | 13        |
| 3.2 PRECISÃO E EXATIDÃO .....                                   | 14        |
| 3.3 LEITURA MÍNIMA .....                                        | 15        |
| 3.4 PRECISÃO NOMINAL (PN) .....                                 | 15        |
| 3.5 DESVIO PADRÃO DE UMA MEDIÇÃO ( $\sigma$ ) .....             | 15        |
| 3.6 DESVIO PADRÃO DA MÉDIA DAS OBSERVAÇÕES ( $\sigma_x$ ) ..... | 16        |
| 3.7 ACEITAÇÃO E REJEIÇÃO DAS MEDIÇÕES .....                     | 16        |
| <b>4 MEDIÇÃO LINEAR .....</b>                                   | <b>19</b> |
| 4.1 SISTEMA MÉTRICO INTERNACIONAL.....                          | 19        |
| 4.1.1 Conversão entre as unidades .....                         | 19        |
| 4.1.2 Tabela com outras unidades lineares.....                  | 20        |
| 4.2 TIPOS DE DISTÂNCIAS .....                                   | 20        |
| 4.3 DIASTÍMETROS .....                                          | 21        |
| 4.3.1 Trena a Laser.....                                        | 21        |
| 4.3.2 Trena de fita .....                                       | 22        |
| 4.3.3 Estação Total .....                                       | 26        |
| 4.3.4 Outros Diastímetros .....                                 | 39        |
| 4.3.5 Outras técnicas de medição linear .....                   | 39        |
| <b>5 MEDIÇÃO ANGULAR HORIZONTAL .....</b>                       | <b>40</b> |
| 5.1 TIPOS DE ÂNGULOS .....                                      | 40        |
| 5.1.1 Ângulo lido (L).....                                      | 40        |
| 5.1.2 Ângulo irradiado.....                                     | 41        |
| 5.1.3 Ângulo de deflexão .....                                  | 42        |
| 5.1.4 Ângulo interno (i).....                                   | 43        |
| 5.1.5 Ângulo externo (e) .....                                  | 44        |
| 5.1.6 Orientação.....                                           | 45        |
| 5.2 GONIÔMETROS .....                                           | 49        |
| 5.2.1 Bússola .....                                             | 49        |
| 5.2.2 Teodolito .....                                           | 51        |
| 5.2.3 Estação total .....                                       | 53        |
| <b>6 SISTEMAS DE UNIDADES DE SUPERFÍCIE.....</b>                | <b>57</b> |
| 6.1 UNIDADES MAIS COMUNS NO BRASIL.....                         | 57        |
| 6.2 CONVERSÃO ENTRE AS UNIDADES.....                            | 57        |

|                                                       |           |
|-------------------------------------------------------|-----------|
| 6.3 TABELA DE OUTRAS UNIDADES DE SUPERFÍCIE .....     | 58        |
| <b>7 COORDENADAS NO PLANO TOPOGRÁFICO .....</b>       | <b>59</b> |
| 7.1 PONTOS TOPOGRÁFICOS .....                         | 59        |
| 7.1.1 Materialização dos Pontos.....                  | 60        |
| 7.1.2 Documentação .....                              | 64        |
| 7.2 CÁLCULO DE COORDENADAS RETANGULARES .....         | 66        |
| 7.3 CÁLCULO DE AZIMUTE E DISTÂNCIA ENTRE PONTOS ..... | 66        |
| 7.4 CÁLCULO DE ÂNGULOS INTERNOS .....                 | 68        |
| 7.5 CÁLCULO DE ÁREA.....                              | 69        |
| <b>8 EXECUÇÃO DOS LEVANTAMENTOS TOPOGRÁFICOS.....</b> | <b>70</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>                | <b>70</b> |
| <b>RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS .....</b>                 | <b>71</b> |

## 1 INTRODUÇÃO À CIÊNCIA TOPOGRÁFICA

### 1.1 CONCEITOS

#### 1.1.1 Topografia

A palavra Topografia teve origem do idioma grego em que Topo=lugar e grafia=descrição, ou seja, topografia é a descrição de um lugar. A Topografia é uma ciência que estuda o conjunto de procedimentos para determinar as posições relativas dos pontos sobre a superfície da terra e abaixo da mesma, mediante a combinação das medidas segundo os três elementos do espaço: distância, elevação e direção.

A Topografia explica os procedimentos e operações do trabalho de campo, os métodos de cálculo, o processamento de dados e a representação do terreno em um plano chamado de desenho topográfico em escala. Ela é utilizada em várias áreas de aplicação sendo para execução de levantamentos topográficos bem como implantação de obras. A figura 1 ilustra o conjunto topografia com algumas áreas de aplicação que tem relação com ela.

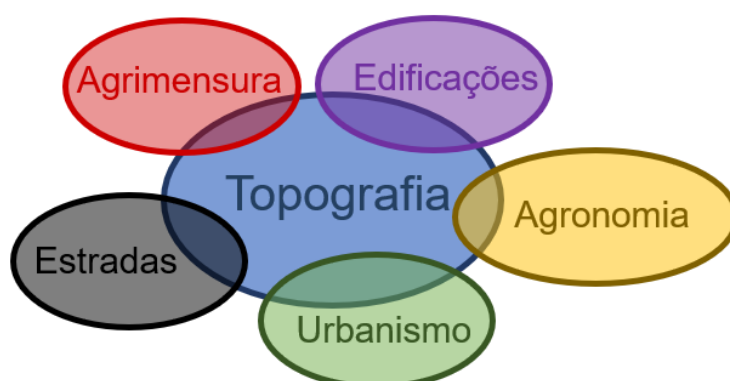


Figura 1: Algumas áreas de aplicação que se relacionam com a topografia

#### 1.1.2 Geodésia

O termo Geodésia, em grego Geo = terra, désia = 'divisões' ou 'eu divido', foi usado, pela primeira vez, por Aristóteles (384-322 a.C.), e pode significar tanto 'divisões (geográficas) da terra' como também o ato de 'dividir a terra' (por exemplo entre proprietários). A Geodésia é uma Engenharia e, ao mesmo tempo, um ramo das Geociências. Ela trata, global e parcialmente, do levantamento e da representação da forma e da superfície da terra com as suas feições naturais e artificiais. A Geodésia é a ciência da medição e representação da superfície da Terra (Helmert 1880).

Na visão de Torge (2012), a Geodésia pode ser dividida em três grupos: Geodésia Global, Levantamentos Geodésicos e Levantamentos Topográficos. A Geodésia Global é responsável pela determinação da figura da Terra e do seu campo gravitacional externo. Os Levantamentos Geodésicos estabelecem as bases para determinação da superfície e campo gravitacional de uma região da terra, um país, por exemplo. Neste caso implanta-se um grande número de pontos de controle formando as redes geodésicas e gravimétricas que servirão de base para os levantamentos no plano topográfico. Os levantamentos topográficos são responsáveis pelo detalhamento do terreno inclusive cadastro e levantamentos para engenharia. Alguns autores classificam a Topografia como Geodésia Inferior ou Geodésia Elementar.

#### 1.1.3 Geomática

Geomática, conforme a definição nos Referenciais Curriculares Nacionais (2000), consiste em um campo de atividades que, usando uma abordagem sistemática, integra todos os meios utilizados para a aquisição e gerenciamento de dados espaciais necessários como parte de operações científicas, administrativas, legais e técnicas envolvidas no processo de produção e gerenciamento de informações espaciais. Segundo Silva e Segantine (2015), geomática engloba as ciências, as técnicas e os métodos que tratam da medição, da modelagem matemática, do georreferenciamento, da representação cartográfica e do posicionamento de elementos geométricos espaciais.

### 1.1.4 Agrimensura

Agrimensura é a área que trata da medição, demarcação e divisão legal das propriedades territoriais, usando métodos topográficos e geodésicos de acordo com as prescrições legais, normas técnicas e administrativas em vigor.

### 1.1.5 Plano topográfico

Plano topográfico é o plano horizontal criado pelo instrumento no ponto da superfície terrestre considerado como origem do levantamento (Figura 2). O plano de projeção tem a sua dimensão máxima limitada a 80 km, a partir da origem. Todos os pontos de detalhe necessários à finalidade do levantamento, serão projetados neste plano, através dos ângulos horizontais e das distâncias horizontais.

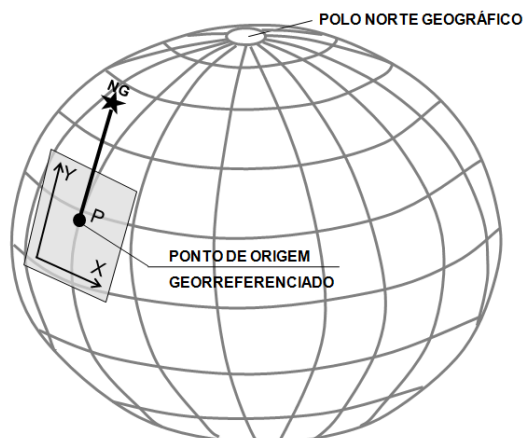


Figura 2: Plano topográfico no globo terrestre

### 1.1.6 Ponto topográfico

Ponto Topográfico é uma posição de destaque, estrategicamente situado na superfície terrestre.

a) *Pontos cotados*: pontos que, nas suas representações gráficas, se apresentam acompanhados de sua altura.

b) *Pontos de apoio*: pontos, convenientemente distribuídos, que amarram o terreno ao levantamento topográfico e, por isso, devem ser materializados por estacas, piquetes, marcos (concreto, aço, pedra ou sintético), pinos de metal ou tinta, dependendo da sua importância e permanência (Figura 3).



Figura 3: Ponto de apoio (marco)

Fonte: <http://otopografo.blogspot.com/p/procedimento.html>

c) *Pontos de detalhe*: Pontos que determinam os acidentes naturais e/ou artificiais necessários para estabelecer a forma do detalhe e/ou relevo, indispensáveis à sua representação gráfica (NBR 13133/2021). A Figura 4 ilustra alguns pontos de detalhe.

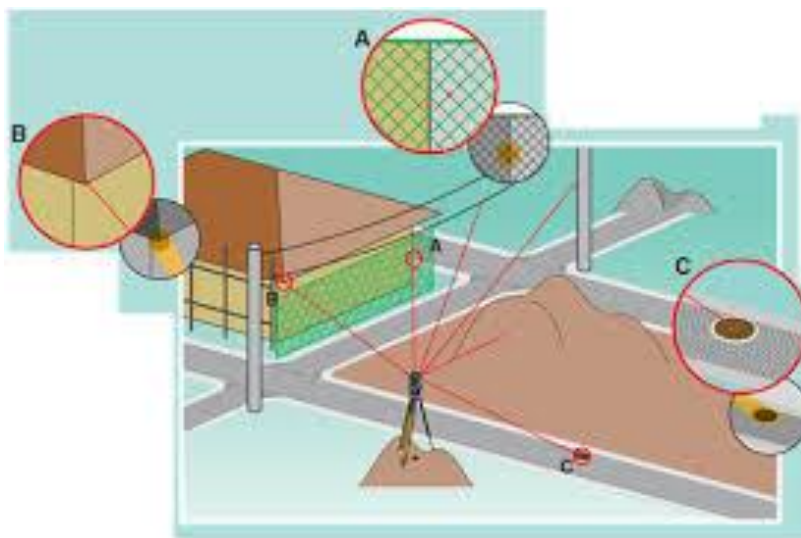


Figura 4: Pontos de detalhe

Fonte: <https://www.somatecequipamentos.com>

### 1.1.7 Alinhamento topográfico

É uma reta definida por dois pontos topográficos. Serve de referência para o levantamento dos detalhes da superfície, orientação para demarcação de novos pontos em campo, definição de limites de uma propriedade, entre outros.

## 1.2 ÁREA DE ATUAÇÃO

Os Técnicos em Agrimensura poderão atuar em empresas públicas ou privadas e como profissionais liberais nas mais diversas áreas, tais como: projetos e locação de estradas, construção de obras de engenharia, levantamento topográfico, cadastramento, reflorestamento, construção de barragens, açudes, hidrovias e irrigação, telefonia, eletrificação e abastecimento de água, mineração e prospecção mineral, cartografia, aerolevantamentos e sensoriamento remoto, controle, fiscalização e preservação do meio ambiente.

O Técnico em Agrimensura possui habilitação para executar os seguintes serviços técnicos:

- a) *Levantamentos Topográficos;*
- b) *Levantamentos Geodésicos;*
- c) *Foto-interpretação;*
- d) *Projetos de Desmembramento;*
- e) *Locações de obras, de imóveis e loteamentos;*
- f) *Cadastro Territorial;*
- g) *Georreferenciamento de imóveis;*
- h) *Mapeamento.*

Neste livro concentraremos os estudos no Levantamento Topográfico, que servirá de base para todas as demais áreas de atuação do técnico em Agrimensura. As outras áreas de atuação serão abordadas nos demais livros da série TOPOGRAFIA E AGRIMENSURA PARA CURSOS TÉCNICOS e podem ser acessados pelo endereço <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura/livros-digitais/>.

## 1.3 LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO

O levantamento topográfico compreende o conjunto de atividades dirigidas para as medições e observações que se destinam a representação do terreno em um plano ou desenho topográfico em escala.

Podem ser executados para fins:

- a) *de apoio:* fornecem arcabouço de pontos diversos com coordenadas e altitudes, destinadas à utilização em outros levantamentos de ordem inferior;
- b) *de agrimensura:* destinado ao levantamento, detalhamento e avaliação de imóveis rurais ou urbanos, enfatizando a quantificação da ocupação humana e suas intervenções;
- c) *de engenharia:* empregado na locação, instalação e construção de obras civis de engenharia e serviço de parcelamento de imóveis etc;
- d) *topográficos:* destinados ao levantamento da superfície topográfica, seus acidentes naturais, culturais e a configuração do terreno.

## 1.4 TIPOS DE LEVANTAMENTOS TOPOGRÁFICOS

### 1.4.1 Levantamento topográfico planimétrico

Levantamento de detalhes sobre a superfície topográfica, onde o interesse é somente sua posição horizontal, não importando os desníveis existentes. Os detalhes que serão apresentados dependerão da finalidade do levantamento topográfico. A forma mais tradicional de representação é através do desenho topográfico através de uma planta (Figura 5).

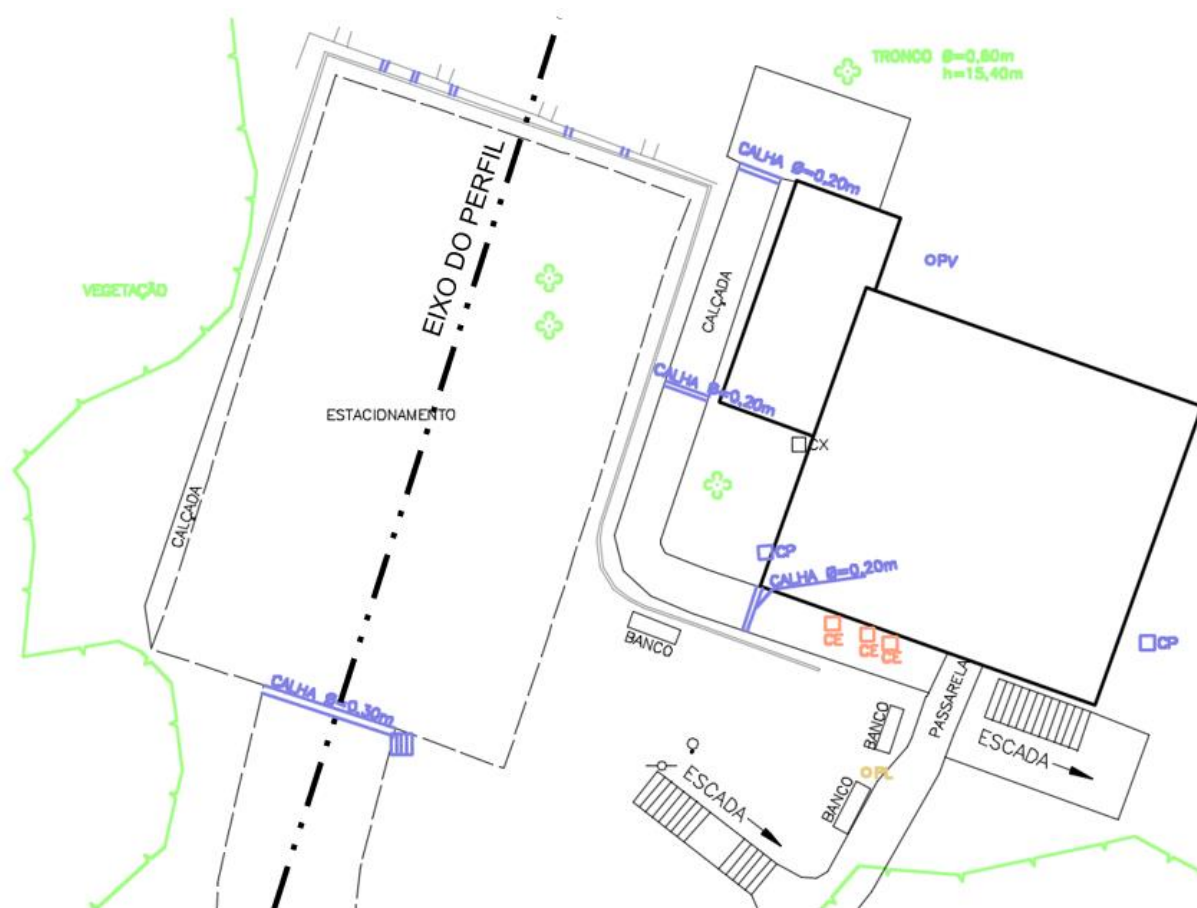


Figura 5: Desenho topográfico planimétrico - planta

#### 1.4.2 Levantamento topográfico altimétrico

Levantamento que objetiva, exclusivamente, a determinação das alturas relativas a uma superfície de referência, dos pontos de apoio e/ou dos pontos de detalhes. Não importa a posição planimétrica dos pontos na superfície. Na figura abaixo, temos o exemplo de um perfil, onde mostra a variação das altitudes da superfície. A forma mais tradicional de representação é através do desenho topográfico através de um perfil (Figura 6).

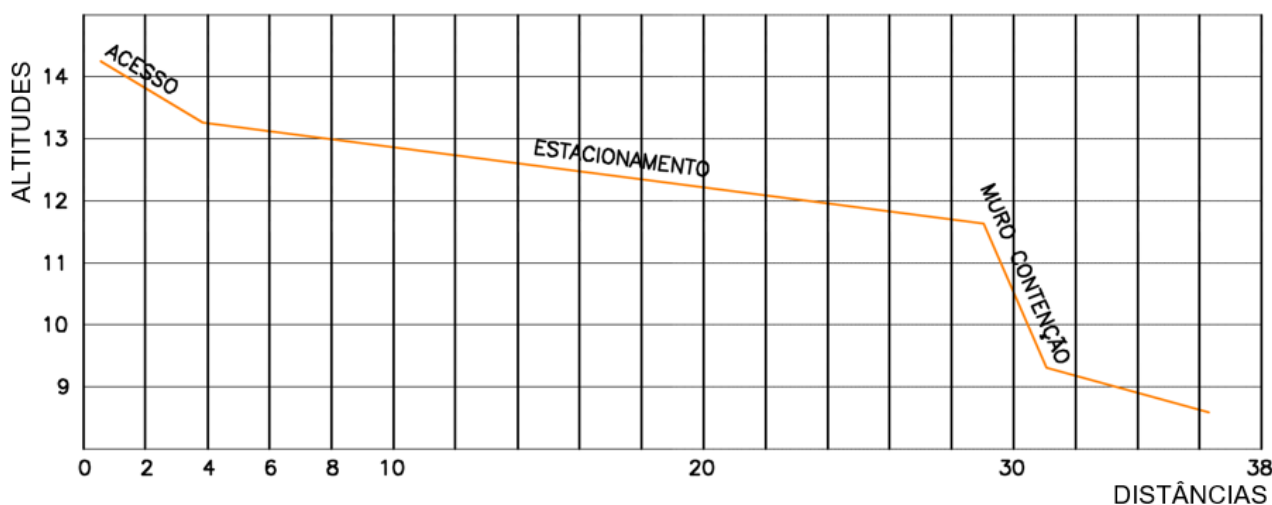


Figura 6: Desenho topográfico altimétrico – perfil

### 1.4.3 Levantamento topográfico planialtimétrico

Levantamento topográfico planimétrico acrescido da determinação altimétrica do relevo do terreno. O objetivo do levantamento planialtimétrico é que o usuário possa ter conhecimento da posição horizontal dos detalhes e interpretação do relevo de forma conjunta. A forma mais tradicional de representação é através do desenho topográfico através de uma planta (Figura 7).

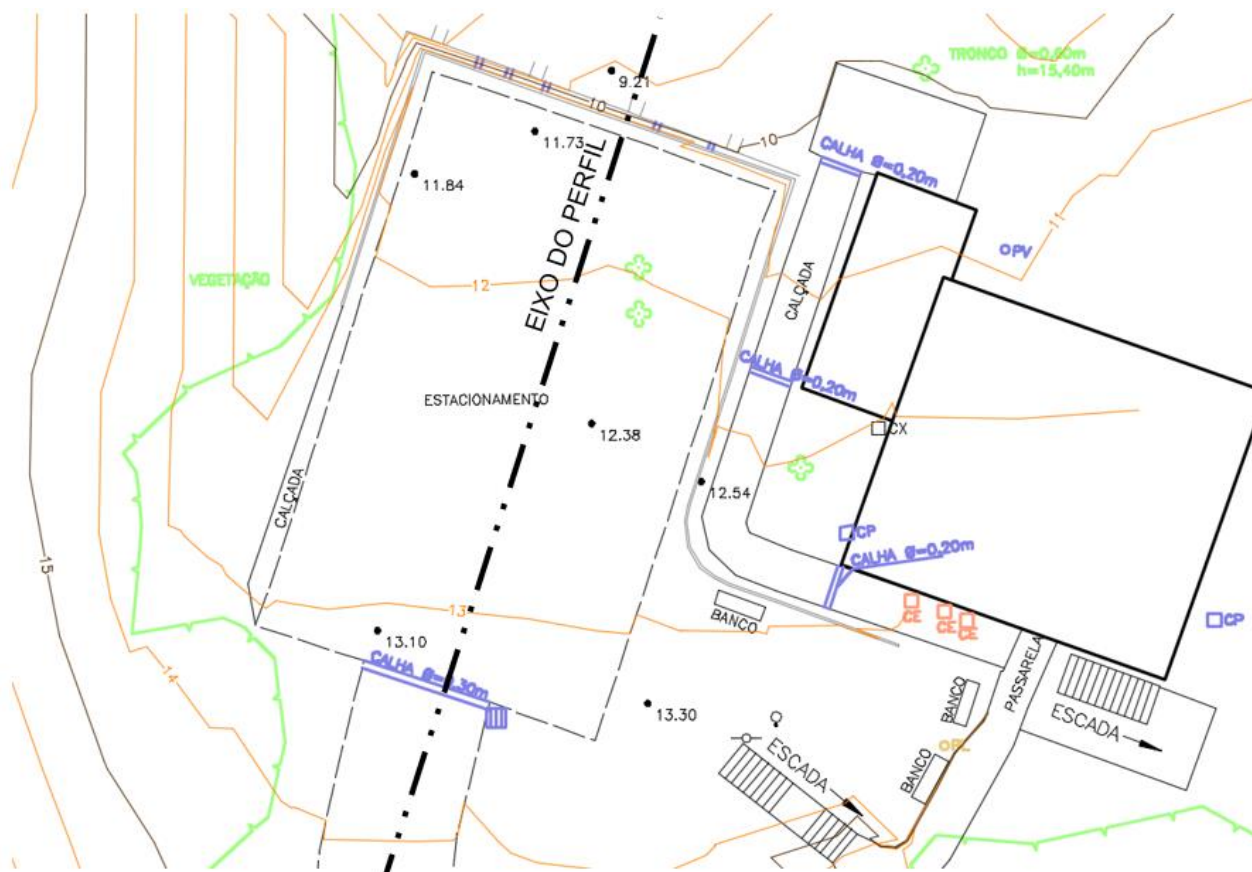


Figura 7: Desenho topográfico planialtimétrico - planta

## 2 INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS

**2.1 FIO DE PRUMO:** instrumento para detectar a vertical do lugar e elevar o ponto (Figura 8). Pode ser adaptado num prisma ortogonal ou num tripé.



Figura 8: Fio de prumo

**2.2 BALIZA:** instrumento que serve para elevar o ponto topográfico com o objetivo de torná-lo visível (Figura 9).



Figura 9: Baliza

**2.3 NÍVEL DE CANTONEIRA:** instrumento utilizado para detectar a vertical de outro instrumento. Pode ser adaptado numa baliza ou numa mira (Figura 10).



Figura 10: Nível de Cantoneira

**2.4 TRENA DE FITA:** podem ser de fibra de vidro, aço ou invar (Figura 11). As trenas de fibra de vidro não são recomendadas pelo fato das fibras de vidro quebrarem e não ser visível ao usuário. As de aço devem ser utilizadas com fator de correção de temperatura.



Figura 11: Trena de fita

**2.5 DINAMÔMETRO:** é um aparelho que se destina à medição das tensões que são aplicadas às trenas de fita para assegurar que a tensão aplicada seja igual a tensão de calibração (Figura 12).



Figura 12: Dinamômetro

Fonte: <https://www.itest.com.br>

**2.6 BÚSSOLA:** instrumento que se utiliza para a determinação do norte magnético, direções e ângulos horizontais (Figura 13).



Figura 13: Bússola

2.7 TEODOLITO: instrumento destinado a medir ângulos horizontais e verticais (Figura 14). Podem ser mecânicos ou eletrônicos (digitais).



Figura 14: Teodolitos

2.8 ESTAÇÃO TOTAL: teodolito e distanciômetro eletrônicos montados num único bloco integrados eletronicamente, onde além de ângulos também medem distâncias e processam alguns cálculos (Figura 15).



Figura 15: Estação Total

2.9 BASTÃO: instrumento que serve para elevar o ponto topográfico com o objetivo de torná-lo visível (Figura 16). Possui encaixe ou rosca para adaptação de antena de receptor GNSS ou prisma, já com nível de cantoneira incorporado.



Figura 16: Bastão

2.10 TRIPÉ E BIPÉ: utilizado para a sustentação de outros instrumentos como teodolitos, estações totais, níveis, bastão, baliza, etc. Bipé: Suporte para apoio da baliza ou do bastão (Figura 17).



Figura 17: Tripés e bipés

2.11 PRISMA: instrumento destinado à reflexão do sinal emitido por um distanciômetro ou uma estação total (Figura 18).



Figura 18: Prismas

2.12 TERMÔMETRO: instrumento usado para a medição da temperatura que se destina a correção dos valores obtidos no levantamento (Figura 19)



Figura 19: Termômetro

2.13 BARÔMETRO: instrumento usado para a medição da pressão atmosférica que se destina a correção dos valores obtidos no levantamento (Figura 20).



Figura 20: Barômetro

2.14 NÍVEL: instrumento destinado a gerar um plano horizontal de referência para calcular os desníveis entre pontos (Figura 21). Podem ser analógicos ou digitais.



Figura 21: Nível

2.15 MIRA: instrumento para medir a distância vertical de um ponto até o plano horizontal do nível (Figura 22). Para os níveis digitais, a mira deve ser com códigos de barras.

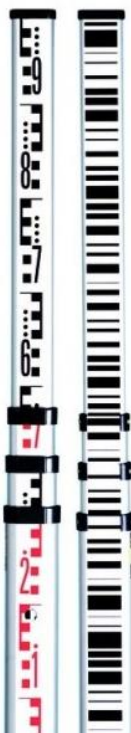


Figura 22: Mira

2.16 Receptor GNSS: instrumento destinado para medição de coordenadas geodésicas via satélite (Figura 23).



Figura 23: Receptor GNSS

2.17 RÁDIO COMUNICADOR: instrumento para comunicação entre os operadores do levantamento (Figura 24).



Figura 24: Rádio comunicador

2.18 LASER SCANNER 3D: instrumento que mede de forma automatizada milhares de pontos em 3D numa varredura contínua (Figura 25).



Figura 25: Laser Scanner 3D

### 3 TEORIA DOS ERROS

Erro é a diferença entre o valor encontrado em relação ao valor verdadeiro (exato). Todas as medidas ou observações feitas, estão afetadas de erros de diferentes tipos. Assim é impossível determinar a verdadeira magnitude de uma distância ou de um ângulo medido. O valor exato fica somente na nossa imaginação. Não se pode obter mais que o valor provável. Segundo o postulado de Gauss:

“Para uma série de medidas  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  dignas de confiança, o valor mais provável da grandeza,  $\bar{x}$  é a média aritmética simples de todas as grandezas medidas”, isto é :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Onde:

x cada uma das medições;  
n o número de medições.

#### EXEMPLO

Calcule a média das medições:

| Leitura       | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      |
|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Distância (m) | 25,360 | 25,330 | 25,340 | 25,370 | 25,350 |

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n} \rightarrow \bar{x} = \frac{25,36 + 25,33 + 25,34 + 25,37 + 25,35}{5} \rightarrow \bar{x} = 25,350m$$

#### 3.1 TIPOS DE ERROS

Os erros podem ser classificados em três tipos:

**a) Erros grosseiros:** Este erro ocorre geralmente por inabilidade do medidor, sendo facilmente evitáveis através de treinamento e prática. Podem também ocorrer devido ao instrumento quando este apresenta um resultado indevido, resultante de falha eventual. Resultam de um descuido e podem ser evitados efetuando as medições com cuidado. Este tipo de erro é descoberto repetindo-se a medição, isto é, fazendo medições de controle. Alguns exemplos: anotação errada da medição, leitura errada, instalação errada do instrumento, reflexão do laser da trena numa superfície espelhada.

**b) Erros sistemáticos:** Os erros sistemáticos atuam num só sentido e possuem ou sinal positivo, ou negativo. Erros sistemáticos são provocados por medidas não conformes (por exemplo, trena dilatada, baliza torta e prumo de cantoneira fora da vertical), pela ação unilateral da atmosfera sobre a linha de visada e por instrumentos não conformes. Estes erros devem ser corrigidos na medida do possível, tomando-os em conta nos cálculos, pelo conhecimento de sua magnitude determinada anteriormente, usando métodos de medição apropriados e aferindo os instrumentos.

Segundo o INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial):

- **Calibrar ou aferir** significa constatar os desvios de medidas e os valores reais corretos. Os instrumentos de medição não sofrem alteração alguma.
- **Ajustar ou Regular** significa interferir no equipamento de tal forma que os desvios de medição sejam reduzidos ao mínimo possível, ou que as medidas não ultrapassem limites previamente estabelecidos.

**c) Erros aleatórios (ou acidentais):** O termo acidental não tem aqui conotação de acidente e sim imprevisibilidade. Os erros acidentais são as imprevisões inevitáveis que afetam cada medida. Estes erros são provocados pela imperfeição dos nossos sentidos, por irregularidades atmosféricas e por pequenos erros inevitáveis na construção dos instrumentos. Os erros acidentais atuam de maneira completamente irregular sobre os resultados das medições e se apresentam com sinal positivo e negativo. Somente estes erros irregulares e acidentais são considerados na compensação e no ajustamento através de estatística.

### 3.2 PRECISÃO E EXATIDÃO

Exatidão (também conhecido como acurácia) é o grau de aderência das observações em relação ao seu valor verdadeiro. Já a Precisão é o valor que expressa o grau de aderência das observações entre si.

O grau de aderência é representado por um número estatístico denominado Desvio Padrão.

A exatidão também é conhecida como acurácia.

A figura 26 representa quatro situações distintas de medições em uma base de calibração.

Em (a), temos muito boa aderência nas medições (erros acidentais muito pequenos) pois as medições encontram-se bem agrupadas o que indica boa precisão. Porém, observa-se que apesar de apresentar boa precisão, o agrupamento está deslocado do valor verdadeiro, o que indica a presença de um erro sistemático. Portanto a medida tem precisão, mas não tem exatidão (acurácia).

Em (b) a medida possui boa exatidão, pois a distribuição das medições é uniforme em torno do valor verdadeiro. Nota-se que o resultado é pouco preciso por haver grande dispersão das medições entre si (fraco agrupamento). Uma possível causa é o uso de instrumento com precisão baixa.

Em (c), temos baixa precisão, pois as medições não estão bem agrupadas e nota-se que há a existência de erro sistemático. A medida neste caso não é exata pelo fato de que as medições não se encontram distribuídas uniformemente em torno do valor verdadeiro.

Em (d) a precisão é boa, boa aderência nas medições e a medida possui boa exatidão. Os valores estão bem distribuídos com relação ao valor verdadeiro. Erros acidentais pequenos e isenta de erros sistemáticos. É a melhor série das medições.

Quando isentos de erros sistemáticos, os valores medidos estão distribuídos aleatoriamente em torno do valor verdadeiro, isto é, todos os valores medidos se repartem ao redor, pouco mais ou menos do valor verdadeiro, tem exatamente os mesmos à esquerda e à direita. Eles sempre estão mais densos nas proximidades do valor verdadeiro e mais dispersos na medida em que se afastam deste.

Como a distribuição é aleatória, isto caracteriza um erro acidental (pequenos erros inevitáveis na medição). Estes são erros acidentais, não havendo, portanto, erro sistemático.

Observa-se que a precisão está associada ao agrupamento dos valores em relação ao valor médio. Percebe-se que em (d) os valores estão praticamente tão agrupados quanto em (a) e isto quer dizer que em (d) tem-se a mesma precisão que em (a), assim como (c) é mais preciso que (b). Como a exatidão é o agrupamento dos valores medidos em relação ao valor mais provável, as medidas de (b) e (d) estão mais próximas do exato se comparadas com (a) e (c), pois estão mais agrupadas em relação ao valor verdadeiro. Observa-se também que em (b), mesmo existindo uma grande variação das medidas, elas se encontram em torno do valor verdadeiro. A média das medidas em (b) estará próxima do valor verdadeiro.

As propriedades dos erros acidentais são ressaltadas claramente na curva de erros, conhecida como Curva de Gauss (Figura 27). São características destes erros:

- Os erros positivos e negativos de mesma magnitude, têm aproximadamente a mesma frequência, de maneira que a sua soma tende a zero "0";
- A média dos resíduos é aproximadamente nula;
- Aumentando o número de observações, aumenta a probabilidade de se chegar próximo ao valor verdadeiro;
- Os pequenos erros são mais frequentes que os grandes;
- Os grandes erros são mais escassos.

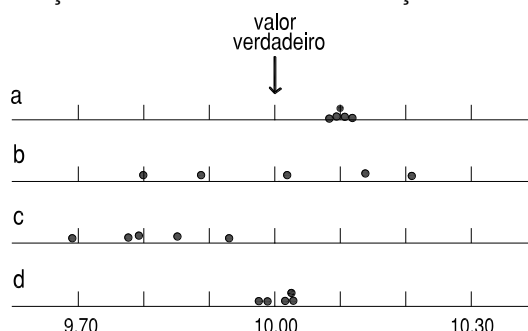


Figura 26: comportamento da precisão e exatidão nas medições

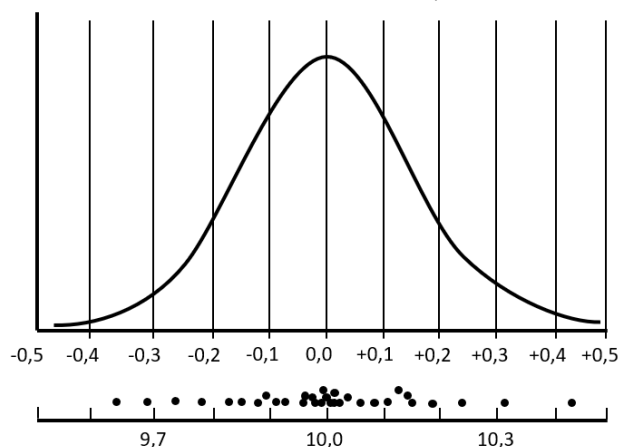


Figura 27: Curva de Gauss

A determinação de um valor verdadeiro (exato) é feita com instrumentos muito precisos, pois trarão um grande adensamento dos valores quando se faz uma grande série de medições. Após a análise das precisões, podemos considerar um valor médio como sendo o exato para efeito de comparação com futuras medições.

### 3.3 LEITURA MÍNIMA

É a menor graduação que um equipamento pode apresentar. A leitura mínima nada tem a ver com a precisão do equipamento e muito menos com a exatidão. Muitas vezes é possível estimar uma leitura abaixo da mínima, mas a leitura mínima continua sendo a definida pela menor graduação.

Na trena da figura 28 pode-se observar que a leitura mínima até os 20 centímetros é ao milímetro e a partir dos 20 centímetros a leitura mínima é ao centímetro.



Figura 28: Leitura mínima

### 3.4 PRECISÃO NOMINAL (PN)

É a precisão do equipamento especificada pelo fabricante. É um valor seguro que garanta a idoneidade do fabricante. É definida pela norma internacional ISO18723, adotada internacionalmente num grande lote de equipamentos produzidos.

Normalmente a precisão angular dos teodolitos é dada em segundos e dos distanciômetros em  $\pm(A+B\text{ppm})$ , onde A é constante em milímetros e independente da distância e B é proporcional à distância, expressa em parte por milhão (1ppm=1mm/km). Por exemplo, uma estação total pode possuir a precisão angular de  $\pm 5''$  e linear de  $\pm(2\text{mm}+3\text{ppm})$ .

### 3.5 DESVIO PADRÃO DE UMA MEDIÇÃO ( $\sigma$ )

O desvio padrão é o grau de aderência das medições em relação ao seu valor médio. O símbolo internacional que identifica o desvio padrão é a letra grega sigma ( $\sigma$ ).

O cálculo é feito pela equação:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

sendo; x – cada uma das leituras;

$\bar{x}$  – a média de todas as medições;

n – o número de leituras executadas.

### EXEMPLOS

a) Calcular o desvio padrão das medições lineares:

| Leitura  | Distâncias | $x - \bar{x}$ | $(x - \bar{x})^2$ |
|----------|------------|---------------|-------------------|
| 1        | 25,360     | + 0,01        | 0,0001            |
| 2        | 25,330     | - 0,02        | 0,0004            |
| 3        | 25,340     | - 0,01        | 0,0001            |
| 4        | 25,370     | + 0,02        | 0,0004            |
| 5        | 25,350     | 0,0           | 0,0               |
| $\Sigma$ | 126,750    | 0,0           | 0,001             |

$$\bar{x} = 25,350\text{m}$$

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{0,001}{5 - 1}} \rightarrow \sigma = \pm 0,015811 = \pm 16\text{mm}$$

Portanto, podemos tomar qualquer uma das cinco medições de forma isolada, e este terá o desvio padrão m igual a  $\pm 16\text{mm}$ . Exemplo: 25,360m  $\pm 16\text{mm}$

b) Calcular o desvio padrão das medições angulares:

| Leitura  | Ângulo     | $x - \bar{x}$ | $(x - \bar{x})^2$ |
|----------|------------|---------------|-------------------|
| 1        | 165°35'18" | -3"           | 9                 |
| 2        | 165°35'22" | +1"           | 1                 |
| 3        | 165°35'20" | -1"           | 1                 |
| 4        | 165°35'26" | +5"           | 25                |
| 5        | 165°35'17" | -4"           | 16                |
| $\Sigma$ | 827°56'43" | -2"           | 52                |

$$\bar{x} = 165^\circ 35' 21'' \quad \sigma = \pm 4''$$

Portanto, podemos tomar qualquer um dos cinco ângulos lidos, de forma isolada, e este terá o desvio padrão  $\sigma$  igual a  $\pm 4''$ . Exemplo:  $165^\circ 35' 18'' \pm 4''$  ou  $165^\circ 35' 26'' \pm 4''$ .

O desvio padrão e a média poderão ser calculados utilizando uma calculadora científica. A título de exemplo, demonstramos os passos para calcular a média e o desvio padrão utilizando uma calculadora Casio fx-82MS.

1º) Entre no modo estatístico: MODE 2

2º) Entre os dados: digite o 1º valor e tecle M+, 2º valor e tecle M+, e assim consecutivamente para todos os valores

3º) Consulte a média: SHIFT 2 1 =

4º) Consulte o desvio padrão: SHIFT 2 3 =

5º) Para fazer outros cálculos saia do modo estatístico: MODE 1

### 3.6 DESVIO PADRÃO DA MÉDIA DAS OBSERVAÇÕES ( $\sigma\bar{x}$ )

Este será o desvio padrão associado ao valor médio das observações.

O cálculo é feito pela equação:  $\sigma\bar{x} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Sendo:

$\sigma$  – o desvio padrão de uma medição (observação)

$n$  – o número de leituras executadas.

#### EXEMPLOS

a) Calcular o desvio padrão da média das observações do exemplo a do item 3.5.

$\sigma = \pm 16\text{mm}$  e  $n = 5$ .

$$\sigma\bar{x} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \sigma\bar{x} = \pm \frac{16}{\sqrt{5}} \rightarrow \sigma\bar{x} = \pm 7\text{mm}$$

Portanto, podemos afirmar que  $\bar{x} = 25,350\text{m} \pm 7\text{mm}$ .

b) Calcular o desvio padrão da média das observações do exemplo b do item 3.5.

$\sigma = \pm 4''$  e  $n = 5$ .

$$\sigma\bar{x} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \sigma\bar{x} = \pm \frac{4}{\sqrt{5}} \rightarrow \sigma\bar{x} = \pm 2''$$

Portanto, podemos afirmar que  $\bar{x} = 165^\circ 35' 21'' \pm 2''$ .

### 3.7 ACEITAÇÃO E REJEIÇÃO DAS MEDIÇÕES

A precisão da média obtida numa série de leituras de um equipamento, deve ser melhor ou igual a sua precisão nominal, ou seja  $\sigma\bar{x} \leq PN$ .

Se um equipamento obtiver numa série de medições precisão pior que a especificada pelo fabricante ( $\sigma\bar{x} > PN$ ), deve-se analisar a possibilidade de rejeitar a medição com pior variação em relação à média. Para que a medição com pior variação em relação à média ( $x - \bar{x}$ ) possa ser rejeitada, ela deve apresentar variação maior que 3x a precisão nominal, ou seja,  $(x - \bar{x}) > 3 \cdot PN$ . Se isso ocorrer, esta pior medição deve ser excluída do cálculo e nova média e desvio padrão devem ser calculados para nova análise até que seja possível  $\sigma\bar{x} \leq PN$ . O processo é iterativo e deve-se ir tirando a medição com pior variação uma a uma.

Ao chegar no mínimo de medições necessárias conforme as normas (3 séries por exemplo) e persistindo  $\sigma\bar{x} > PN$ , deve-se refazer o trabalho para averiguação dos procedimentos de campo. Confirmando que os procedimentos de campo estão corretos e não atendendo a condição  $\sigma\bar{x} > PN$ , é necessário o encaminhamento do equipamento para ajustes junto à assistência técnica.

A precisão não garante qualidade das medições. Garante apenas que o procedimento e o equipamento estão adequados com o especificado pelo fabricante. O que garante a qualidade (exatidão) é a confiabilidade do equipamento/fabricante e a redução dos erros sistemáticos.

Procedimento:

- 1º) Calcular a média das medições ( $\bar{x}$ ), desvio padrão de uma observação ( $\sigma$ ), o desvio padrão da média ( $\sigma\bar{x}$ ) e a precisão nominal (PN).
- 2º) Se  $\sigma\bar{x} \leq PN$ , os valores obtidos no item 1 são válidos e os cálculos estão concluídos. Se  $\sigma\bar{x} > PN$ , calcular as variações das medições em relação à média ( $x - \bar{x}$ );
- 3º) Eliminar a medição que tenha a maior variação (independente se for positiva ou negativa), desde que atenda  $(x - \bar{x}) > 3 \cdot PN$ ;
- 4º) Se a quantidade de medições restantes for suficiente para o trabalho, voltar ao 1º passo. Se for insuficiente para o trabalho e continuar  $\sigma\bar{x} > PN$ , nova campanha deve ser realizada em campo.

## EXEMPLOS

a) Calcule a média das medições, considerando que a PN do instrumento utilizado é de  $\pm(5\text{mm}+4\text{ppm})$ .

| Leitura | Distância(m) | $x - \bar{x}$ |
|---------|--------------|---------------|
| 1       | 827,434      | 0,001         |
| 2       | 827,421      | -0,012        |
| 3       | 827,431      | -0,002        |
| 4       | 827,437      | 0,004         |
| 5       | 827,442      | 0,009         |
| 6       | 827,438      | 0,005         |
| 7       | 827,429      | -0,004        |

1º)  $\bar{x} = 827,433\text{m}$ ,  $\sigma = \pm 7\text{mm}$  e  $\sigma\bar{x} = \pm 3\text{mm}$

A precisão nominal é dada por uma parte fixa (5mm) e outra proporcional à distância medida (4ppm). Portanto a precisão Nominal da medição será de

$$PN = \pm \left( 5 + 4 \cdot \frac{827,433}{1000} \right) = \pm (5 + 4 \cdot 0,827433) = \pm 8\text{mm}$$

2º) Como  $\sigma\bar{x} \leq PN$ , todas as medições são válidas e, portanto, o valor final é  $\bar{x} = 827,433\text{m} \pm 3\text{mm}$ .

b) Calcule a média das medições, considerando que a PN do instrumento utilizado é de  $\pm 4''$  e que serão necessárias no mínimo 3 séries de leitura.

| Leitura | Ângulo    | $x - \bar{x}$ |
|---------|-----------|---------------|
| 1       | 56°05'08" | -15           |
| 2       | 56°05'36" | 13            |
| 3       | 56°05'40" | 17            |
| 4       | 56°05'25" | 2             |
| 5       | 56°05'15" | -8            |
| 6       | 56°05'12" | -11           |

1º)  $\bar{x} = 56°05'23''$ ,  $\sigma = \pm 13''$  e  $\sigma\bar{x} = \pm 5''$

2º) Como  $\sigma\bar{x} > PN$ , deveremos analisar se é possível remover a medição com a maior variação.

3º) A maior variação é a leitura 3 com 17" e é superior à  $3 \cdot PN = 3 \cdot 4 = 12''$ . Portanto podemos rejeitar ela.

4º) Com os dados restantes (5 séries), refazer os cálculos voltando ao 1º passo.

| Leitura | Ângulo    | $x - \bar{x}$ |
|---------|-----------|---------------|
| 1       | 56°05'08" | -11           |
| 2       | 56°05'36" | 17            |
| 4       | 56°05'25" | 6             |
| 5       | 56°05'15" | -4            |
| 6       | 56°05'12" | -7            |

1º)  $\bar{x} = 56°05'19''$ ,  $\sigma = \pm 11''$  e  $\sigma\bar{x} = \pm 5''$

2º) Como continua com  $\sigma\bar{x} > PN$ , deveremos analisar se é possível remover a medição com a maior variação em relação à nova média.

3º) A maior variação é a leitura 2 com 17" e é superior à 12". Portanto podemos rejeitar ela.

4º) Com os dados restantes (4 séries), refazer os cálculos voltando ao 1º passo.

| Leitura | Ângulo    | $x - \bar{x}$ |
|---------|-----------|---------------|
| 1       | 56°05'08" | -11           |
| 2       | 56°05'36" | 17            |
| 4       | 56°05'25" | 6             |
| 5       | 56°05'15" | -4            |
| 6       | 56°05'12" | -7            |

1º)  $\bar{x} = 56°05'15''$ ,  $\sigma = \pm 7''$  e  $\sigma\bar{x} = \pm 3''$

2º) Como  $\sigma\bar{x} \leq PN$ , as medições 1, 4, 5 e 6 estão válidas e, portanto, o valor final é  $\bar{x} = 56°05'15'' \pm 7''$ .

**Atenção na interpretação da precisão!!! Um valor menor de precisão, possui uma melhor precisão.**

c) Calcule a média das medições efetuadas, considerando que a PN do instrumento utilizado é de  $\pm(1\text{mm}+22\text{ppm})$  e que serão necessárias no mínimo 4 séries de leitura.

| Leitura | Distância(m) | $x - \bar{x}$ |
|---------|--------------|---------------|
| 1       | 34,070       | -0,009        |
| 2       | 34,081       | 0,002         |
| 3       | 34,086       | 0,007         |
| 4       | 34,069       | -0,010        |
| 5       | 34,076       | -0,003        |
| 6       | 34,090       | 0,011         |

1º)  $\bar{x} = 34,079\text{m}$ ,  $\sigma = \pm 9\text{mm}$ ,  $\sigma\bar{x} = \pm 4\text{mm}$ ,  $PN = \pm 2\text{mm}$ .

2º) Como  $\sigma\bar{x} > PN$ , deveremos analisar se é possível remover a medição com a maior variação.

3º) A maior variação é a leitura 6 com 11mm e é superior à  $3 \cdot PN = 3 \cdot 2 = 6\text{mm}$ . Portanto podemos rejeitar ela.

4º) Com os dados restantes (5 séries), refazer os cálculos voltando ao 1º passo.

| Leitura | Distância(m) | $x - \bar{x}$ |
|---------|--------------|---------------|
| 1       | 34,070       | -0,006        |
| 2       | 34,081       | 0,005         |
| 3       | 34,086       | 0,010         |
| 4       | 34,069       | -0,007        |
| 5       | 34,071       | -0,000        |

1º)  $\bar{x} = 34,076\text{m}$ ,  $\sigma = \pm 7\text{mm}$ ,  $\sigma\bar{x} = \pm 3\text{mm}$ ,  $PN = \pm 2\text{mm}$ .

2º) Como continua com  $\sigma\bar{x} > PN$ , deveremos analisar se é possível remover a medição com a maior variação em relação à nova média.

3º) A maior variação é a leitura 3 com 10mm e é superior à 3. $PN=3.2=6\text{mm}$ . Portanto podemos rejeitar ela.

4º) Com os dados restantes (4 séries), refazer os cálculos voltando ao 1º passo.

| Leitura | Distância(m) | $x - \bar{x}$ |
|---------|--------------|---------------|
| 1       | 34,070       | -0,004        |
| 2       | 34,081       | 0,007         |
| 4       | 34,069       | -0,005        |
| 5       | 34,076       | -0,002        |

1º)  $\bar{x} = 34,074\text{m}$ ,  $\sigma = \pm 6\text{mm}$ ,  $\sigma\bar{x} = \pm 3\text{mm}$ ,  $PN = \pm 2\text{mm}$ .

2º) Como continua com  $\sigma\bar{x} > PN$ , deveremos analisar se é possível remover a medição com a maior variação em relação à nova média.

3º) A maior variação é a leitura 2 com 7mm e é superior à 3. $PN=3.2=6\text{mm}$ . Portanto podemos rejeitar ela.

4º) Ao rejeitar a leitura 2, ficaremos com 3 séries de leitura, o que não

atenderá a exigência de no mínimo 4 séries.

Portanto, deveremos retornar a campo e repetir o procedimento para tentar reduzir os erros acidentais e então nos certificar se o equipamento está ou não necessitando de ajustes.

## EXERCÍCIOS

1) Foi realizado um levantamento topográfico de uma área e o agrimensor necessita saber se as medidas de campo estão dentro da tolerância considerando a Precisão Nominal do equipamento. Para o trabalho foi utilizada uma estação total com  $PN_{\text{linear}} = \pm(3\text{mm} + 3\text{ppm})$   $PN_{\text{angular}} = \pm 3''$ .

A seguir as medições de campo:

| n | Medições lineares (m) |
|---|-----------------------|
| 1 | 303,453               |
| 2 | 303,462               |
| 3 | 303,469               |
| 4 | 303,479               |
| 5 | 303,468               |
| 6 | 303,464               |

| n | Medições angulares |
|---|--------------------|
| 1 | 125° 33' 13"       |
| 2 | 125° 33' 16"       |
| 3 | 125° 33' 19"       |
| 4 | 125° 33' 35"       |
| 5 | 125° 33' 08"       |
| 6 | 125° 33' 02"       |

a) Qual a distância média e sua precisão?

b) Qual o ângulo médio e sua precisão?

2) De acordo com as medições lineares a seguir, verificar se as mesmas serão aceitas ou rejeitadas e calcular o valor médio para a distância medida e a precisão da mesma.  $PN_{\text{linear}}$  do equipamento  $\pm(3\text{mm}+10\text{ppm})$ .

a)

| n | Medições lineares (m) |
|---|-----------------------|
| 1 | 100,003               |
| 2 | 100,005               |
| 3 | 99,999                |
| 4 | 99,970                |

b)

| n | Medições lineares (m) |
|---|-----------------------|
| 1 | 202,235               |
| 2 | 202,228               |
| 3 | 202,237               |
| 4 | 202,235               |
| 5 | 202,233               |

c)

| n | Medições lineares (m) |
|---|-----------------------|
| 1 | 152,958               |
| 2 | 152,930               |
| 3 | 152,949               |
| 4 | 152,965               |
| 5 | 152,970               |
| 6 | 152,972               |
| 7 | 152,946               |

## 4 MEDIÇÃO LINEAR

Para determinar o valor numérico de uma grandeza, é necessário que se disponha de uma outra grandeza de mesma natureza, definida e adotada por convenção, para fazer a comparação com a primeira.

Medições Lineares são medições efetuadas em apenas uma dimensão, ou seja, definem apenas um comprimento.

### 4.1 SISTEMA MÉTRICO INTERNACIONAL

O Brasil adota o Sistema Internacional de Unidades - SI estabelecido pelo Escritório Internacional de Pesos e Medidas (BIPM - *Bureau International des Poids et Mesures*). A unidade de medida de comprimento definida pelo - SI, é o Metro, seus múltiplos e submúltiplos.

O Metro é definido como sendo o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo, durante um intervalo de tempo de  $1/299.792.458$  de segundo. De acordo com a ABNT, na atual NBR13.133/94, o metro (m) é a unidade padrão para os Levantamentos Topográficos.

#### 4.1.1 Conversão entre as unidades

A unidade linear metros possui múltiplos e submúltiplos conforme ilustrado na figura 29:

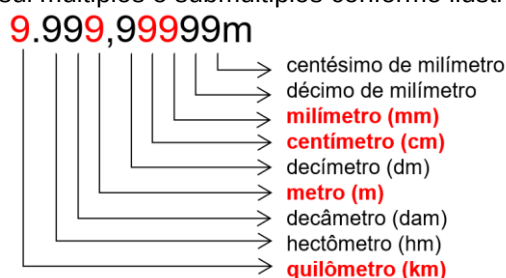


Figura 29: metro, seus múltiplos e sub-múltiplos

Como o metro é um sistema de numeração decimal, a transformação de unidades segue o múltiplo de 10 (Figura 30).

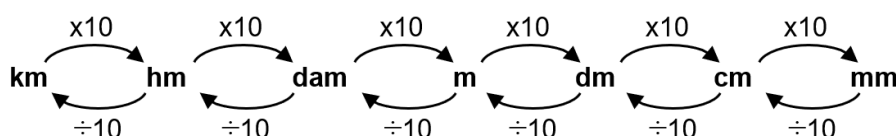


Figura 30: metro tem seus múltiplos de ordem 10.

Como na topografia a unidade padrão é o metro, podemos ocultá-la na escrita. Portanto uma distância informada de 10,000 (sem explicitar a unidade) será 10 metros. Nas demais unidades a identificação da unidade é obrigatória.

Além do metro, utilizamos comumente o **quilômetro**, **centímetro** e o **milímetro**. A figura 31 ilustra o esquema de conversão entre estas unidades mais utilizadas.

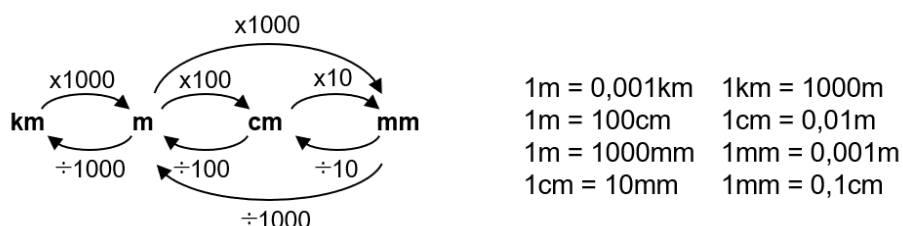


Figura 31: Esquema de conversão de unidades mais comuns derivada do metro

**EXERCÍCIOS**

3) Converta a distância dada na unidade equivalente

- a) 17mm = \_\_\_\_\_ cm      b) 3cm = \_\_\_\_\_ m      c) 0,210m = \_\_\_\_\_ cm  
 d) 4,7cm = \_\_\_\_\_ mm      e) 0,073m = \_\_\_\_\_ mm      f) 89mm = \_\_\_\_\_ m

**4.1.2 Tabela com outras unidades lineares**

Em certas ocasiões nos deparamos com sistemas de unidades diferentes do SI (Sistema Internacional) e com unidades de medidas que não são mais utilizadas ou ainda usadas em outros países. Na tabela 1 temos a conversão de algumas unidades para o metro.

Tabela 1: conversão de algumas unidades antigas para o metro

| UNIDADE LINEAR     |   | SISTEMA MÉTRICO | UNIDADE LINEAR      |   | SISTEMA MÉTRICO |
|--------------------|---|-----------------|---------------------|---|-----------------|
| 1 linha            | = | 0,002291 m      | 1 passo geométrico  | = | 1,65 m          |
| 1 polegada         | = | 0,0275 m        | 1 toesa             | = | 1,98 m          |
| 1 palmo            | = | 0,22 m          | 1 quadra uruguaia   | = | 110,00 m        |
| 1 vara             | = | 1,10 m          | 1 quadra brasileira | = | 132,00 m        |
| 1 braça            | = | 2,20 m          | 1 milha brasileira  | = | 2200,00 m       |
| 1 corda            | = | 33,00 m         | 1 milha terrestre   | = | 1609,31 m       |
| 1 quadra           | = | 132,00 m        | 1 milha métrica     | = | 1833,33 m       |
| 1 polegada inglesa | = | 0,0254 m        | 1 milha marítima    | = | 1851,85 m       |
| 1 pé inglês        | = | 0,30479 m       | 1 légua métrica     | = | 5500,00 m       |
| 1 jarda            | = | 0,91438 m       | 1 légua marítima    | = | 5555,55 m       |
| 1 pé português     | = | 0,33 m          | 1 légua brasileira  | = | 6600,00 m       |
| 1 covado           | = | 0,66 m          | 1 ponto             | = | 0,0002291m      |

Das unidades da tabela 1, o palmo, a braça e a légua brasileira são as mais comuns em escrituras, documentos e mapas antigos.

Em alguns medidores eletrônicos de distância é possível configurar as medições para as unidades pés e polegadas.

**4.2 TIPOS DE DISTÂNCIAS**

Existem basicamente três tipos de distância: a horizontal, a vertical e a inclinada. Dependendo do equipamento consegue-se obter uma delas ou mais através de cálculos que podem ser realizados no próprio instrumento.

**4.2.1 Distância Horizontal (DH)**

Nos levantamentos topográficos as medições lineares são referenciadas a um plano horizontal. As DH são distâncias paralelas a um plano horizontal de referência (Figura 32).

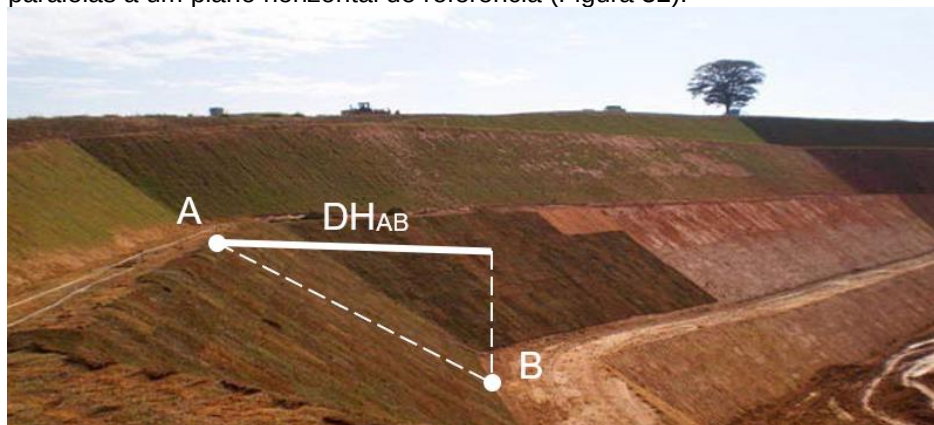


Figura 32: DH entre 2 pontos

#### 4.2.2 Distância Inclinada (DI)

Estas distâncias são inclinadas em relação ao plano horizontal (Figura 33). Normalmente, o ângulo de inclinação deverá ser medido para que se possa referenciar ao plano horizontal. Também são utilizadas em controles de obras como em túneis, pontes, viadutos, elevados, edificações e mecânica.

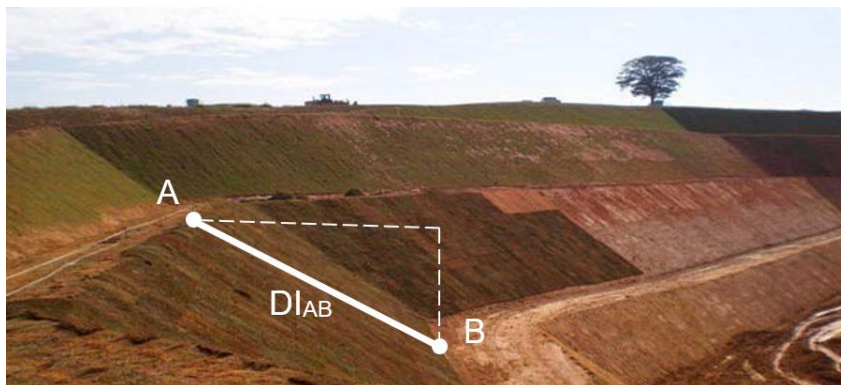


Figura 33: DI entre 2 pontos

#### 4.2.3 Distância Vertical

São distâncias tomadas perpendiculares a um plano horizontal de referência (Figura 34). Estas distâncias são utilizadas para se referir aos desníveis existentes entre detalhes da superfície. São utilizadas em Levantamentos Topográficos Planialtimétricos ou Altimétricos.

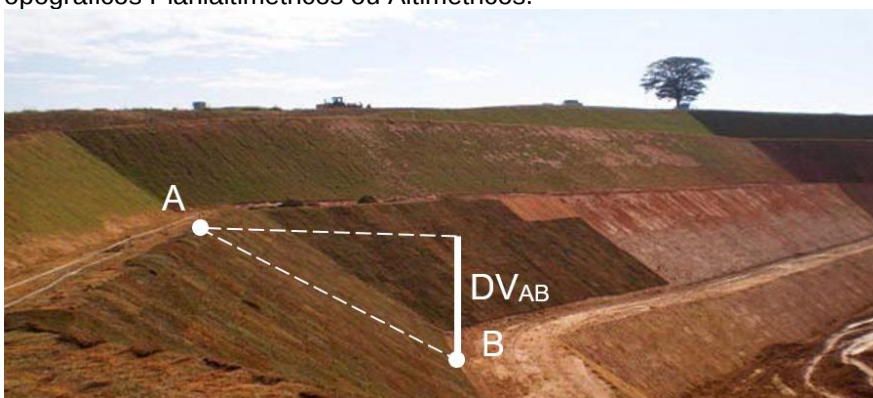


Figura 34: DV entre 2 pontos

### 4.3 DIASTÍMETROS

Diastímetros é a denominação dada aos instrumentos utilizados para medição de distâncias.

#### 4.3.1 Trena a Laser

A trena laser é um instrumento que emite sinais laser que refletem em um objeto e retorna à trena (Figura 35). A distância entre o emissor/receptor e o objeto ou refletor é calculada eletronicamente e baseia-se no comprimento de onda, na frequência e velocidade de propagação do sinal.

Ela mede a distância inclinada e quando a distância horizontal ou vertical for importante, é necessário algum dispositivo para auxiliar nesta função. Pode ser um simples nível de bolha acoplado a ela ou mesmo um inclinômetro embutido para fazer o cálculo da distância horizontal. Porém o inclinômetro embutido não possui a precisão angular das estações totais e teodolitos.



Figura 35: Medição interna com trena a laser  
Fonte: <http://www.leica-geosystems.co.uk>



Figura 36: Medição externa com trena a laser com câmera sobre tripé

Fonte: <http://www.leica-geosystems.com.br>

Estas trenas são muito utilizadas para medições curtas em campo (poucas dezenas de metros) pela dificuldade de pontaria. Para facilitar a pontaria em campo, recomenda-se o uso de tripé (Figura 36). Pela dificuldade de visualizar o ponto laser em campo (principalmente em dias de sol), alguns modelos possuem câmera fotográfica interna que facilita a pontaria.

A precisão das trenas a laser são definidas pelo fabricante (na ordem de poucos milímetros) e não possuem classificação específica por norma.

#### 4.3.2 Trena de fita

A trena de fita é um diastímetro no formato de fita na qual estão representadas as sub-divisões da unidade utilizada (comumente metro no Brasil) através de traços transversais. Pode ser acoplada a um estojo ou suporte, dotado de um mecanismo de recolhimento manual (Figura 37). Alguns modelos possuem sistema de trava para fixar uma determinada medida.

As trenas de fita possuem uma origem para as medições, que pode variar conforme o modelo de cada fabricante. Na figura 38, temos as possibilidades conforme NBR 10124/2014.



Figura 37: Trena de fita

Fonte: <http://www.cstberger.us/us/en/index.htm>

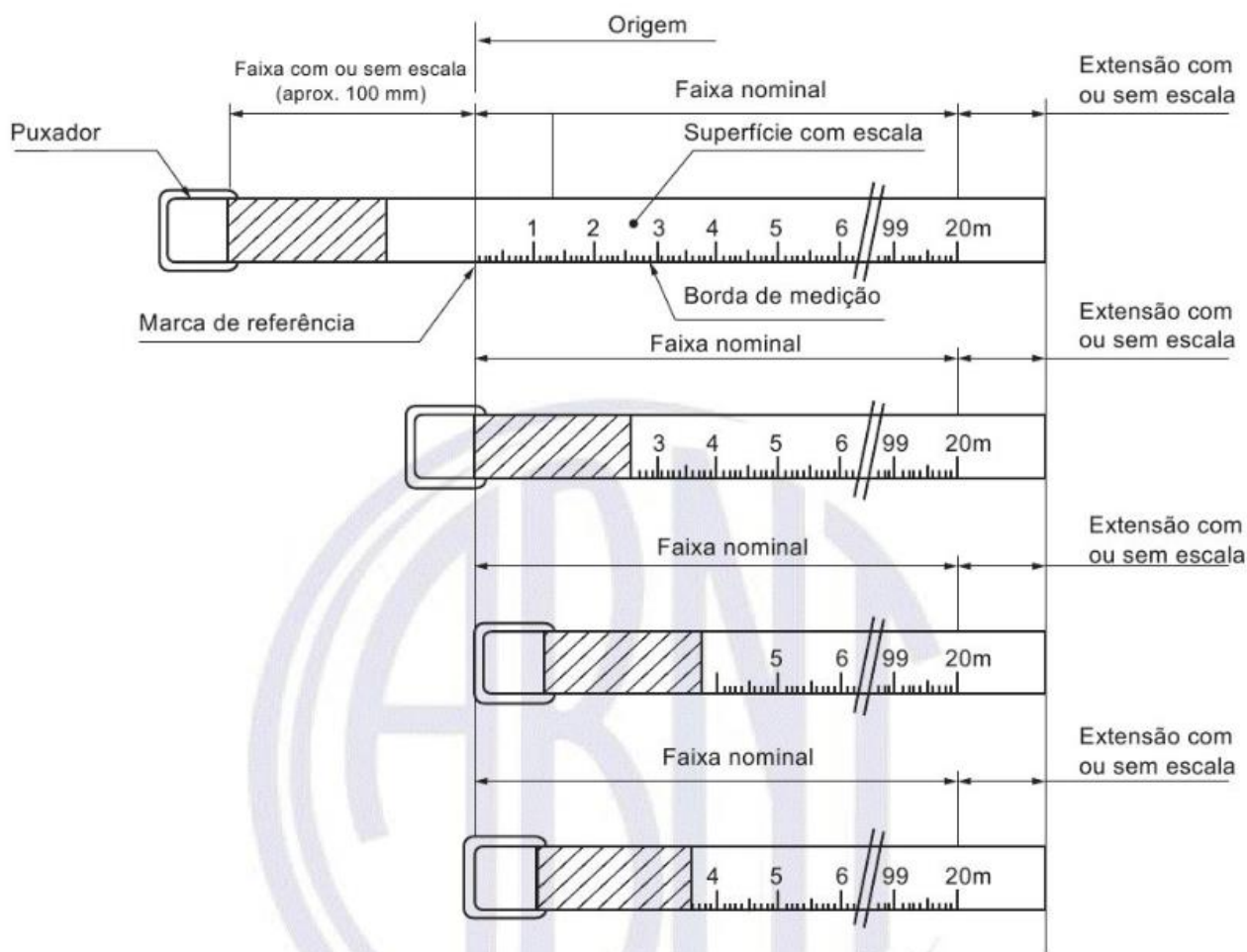


Figura 38: Posição da origem das trenas de fita de acordo com o modelo  
Fonte: NBR 10124/2014

No processo de medição, as trenas de fita são submetidas a diferentes tensões e temperaturas e dependendo do material com que são construídas, seu tamanho original variará. Por esta razão, as trenas de fita vêm calibradas de fábrica para que a uma dada temperatura, tensão e condições de apoio, seu comprimento seja igual ao comprimento nominal. Estes parâmetros de calibração, vem estampada no início na trena (Figura 39).



Figura 39: Tensão e temperatura da calibração da trena

#### 4.3.2.1 Classes de exatidão

O INMETRO pela portaria nº 145, de 30 de dezembro de 1999, classifica as trenas independente do material de fabricação de acordo com a sua exatidão pela fórmula:

$$T = (a + bL) \text{ mm},$$

onde:

**L** é o valor do comprimento considerado arredondado para o número inteiro de metros

**a** e **b** são dois coeficientes cujos valores estão estabelecidos para cada classe de exatidão na Tabela 2.

| Classe de exatidão | a   | b   |
|--------------------|-----|-----|
| I                  | 0,1 | 0,1 |
| II                 | 0,3 | 0,2 |
| III                | 0,6 | 0,4 |

Tabela 2: coeficientes a e b para trena

A Classe da Trena vem estampada logo no seu início e o INMETRO define que todas as trenas devem ter a indicação (Figura 40).



Figura 40: Identificação da classe de exatidão da Trena conforme INMETRO

Como definido pelo INMETRO, todas as trenas deveriam ter a indicação de exatidão.

#### 4.3.2.2 Tipos de trena de fita

Quanto ao material de fabricação, as trenas de fita utilizadas em topografia podem ser de fibra de vidro ou aço.

- a) **Fibra de vidro:** as trenas de fibra de vidro são classificadas quanto à sua exatidão na sua fabricação, conforme o erro máximo admissível definido na NBR 10124/2014:
- classe I - Tolerância =  $\pm (0,1 + 0,1 \times L)$ mm
  - classe II - Tolerância =  $\pm (0,3 + 0,2 \times L)$ mm
  - classe III - Tolerância =  $\pm (0,6 + 0,4 \times L)$ mm
- onde L é o comprimento em metros..

Principais características das trenas de fibra:

- Baixo custo;
- Facilidade de operação;
- Não condutoras de eletricidade e não-corrosíveis;
- Resistentes à umidade;
- Revestidas de vinil;
- Baixa precisão;
- Deformação elástica com o uso;
- Não se observa que as fibras internas sofreram rupturas;
- Desgaste da graduação.

- b) **Aço:** as trenas de aço são classificadas quanto à sua exatidão na sua fabricação, conforme o erro máximo admissível definido na NBR 10123/2012;
- classe I - Tolerância =  $\pm (0,1 + 0,1 \times L)$ mm
  - classe II - Tolerância =  $\pm (0,3 + 0,2 \times L)$ mm
- onde L é o comprimento em metros.

As trenas de aço também são classificadas em plana e curvas.

Principais características das trenas de aço:

- Boa precisão;
- Baixo coeficiente de dilatação (0,0115 mm por metro);
- Melhor uniformidade da graduação;
- Custo elevado;
- Condutora de eletricidade;
- Quebra com facilidade.

#### 4.3.2.3 Acessórios

- Baliza e bastão, para materializar a vertical de um ponto;
- Prumos esféricos, para auxiliar operações de nivelamento ou verticalização dos acessórios;
- Estacas e piquetes, para materializar pontos de apoio;
- Dinamômetro para controle das tensões aplicadas na trena de fita;
- Termômetro, instrumento usado para a medição da temperatura;
- Tripé e bipé, utilizados para a sustentação de outros acessórios.

#### 4.3.2.4 Erros

Durante uma medição linear, estaremos sujeitos a diversos tipos de erros, que deveremos tomar o máximo de cuidado para eliminá-lo ou até minimizá-lo.

- **Falta de Horizontalidade da trena** (Figura 41): A trena fora da horizontal resultará numa medição maior que a correta. O menor valor para a distância é a distância horizontal.

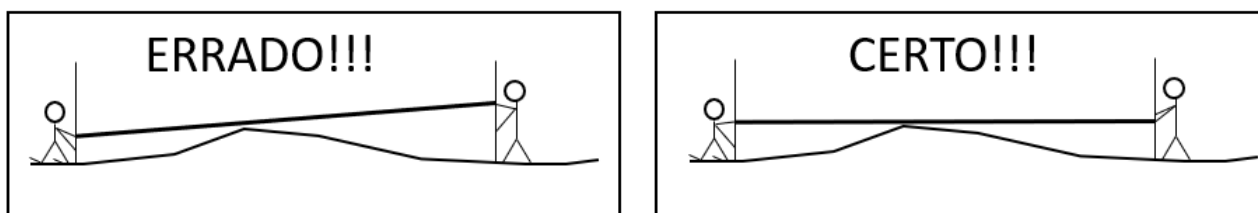


Figura 41: Erro pela falta de Horizontalidade da trena

- **Baliza fora do alinhamento** (Figura 42): Ocorre quando as seções de medição não estão alinhadas com os pontos extremos e provoca um aumento da distância medida. A minimização deste erro se dá fazendo o alinhamento das balizas com mais atenção.

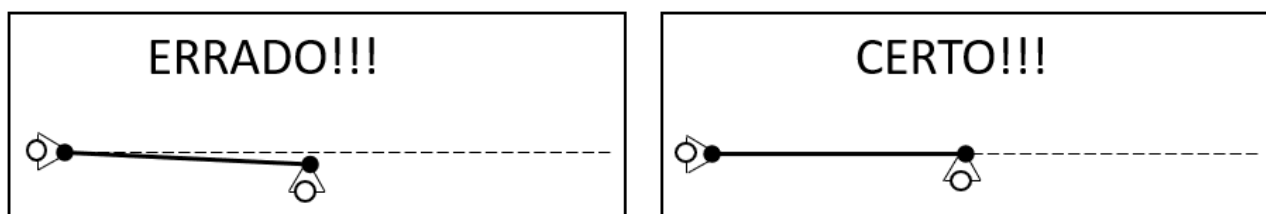


Figura 42: Erro pela baliza fora do alinhamento

- **Falta de verticalidade das balizas** (Figura 43): é ocasionado por uma inclinação da baliza quando esta se encontra posicionada sobre o alinhamento a medir. A minimização deste erro se dá fazendo o uso de nível de cantoneira.

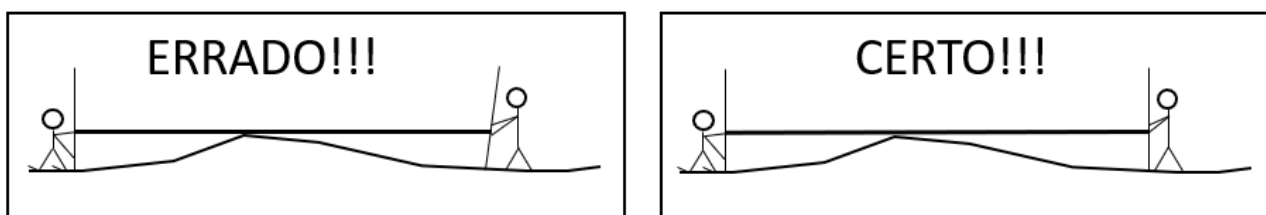


Figura 43: Erro pela falta de verticalidade da baliza

- **Catenária excessiva da trena** (Figura 44): curvatura que se forma ao tensionar pouco a trena. A catenária ocorre em função do peso da trena, do seu comprimento e da tensão aplicada. Este erro provoca um aumento da distância medida. Para minimizar este erro, deve-se aplicar a tensão correta especificada pelo fabricante. Se possível apoiar a trena na superfície, desde que ela seja horizontal.

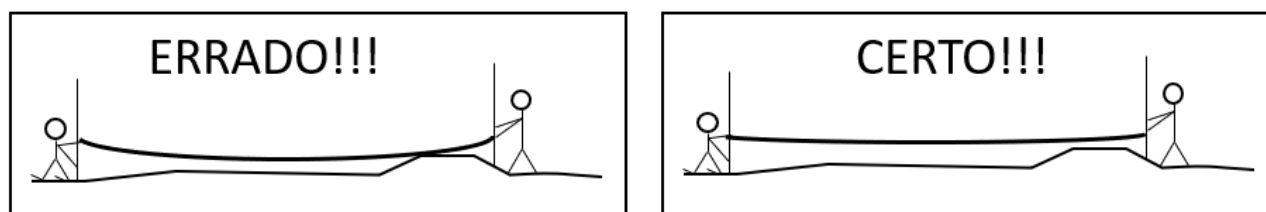


Figura 44: Erro pela catenária excessiva da trena

- **Graduação das trenas**: erro ocasionado na fabricação ou no uso indevido das trenas;
- **Temperatura**: acarreta dilatação que depende do material de composição do instrumento, do comprimento da trena e da diferença entre a temperatura ambiente e a adotada no momento de fabricação da trena;
- **Tensão diferenciada nas trenas**: afetado pela tensão aplicada em suas extremidades. A correção depende dos coeficientes de elasticidade com que o mesmo é fabricado;
- **Trena torcida**: provoca um aumento da distância medida.

- **Erro de zero:** deve-se observar, em função da variedade de trenas, o início da graduação das trenas (Figura 45);

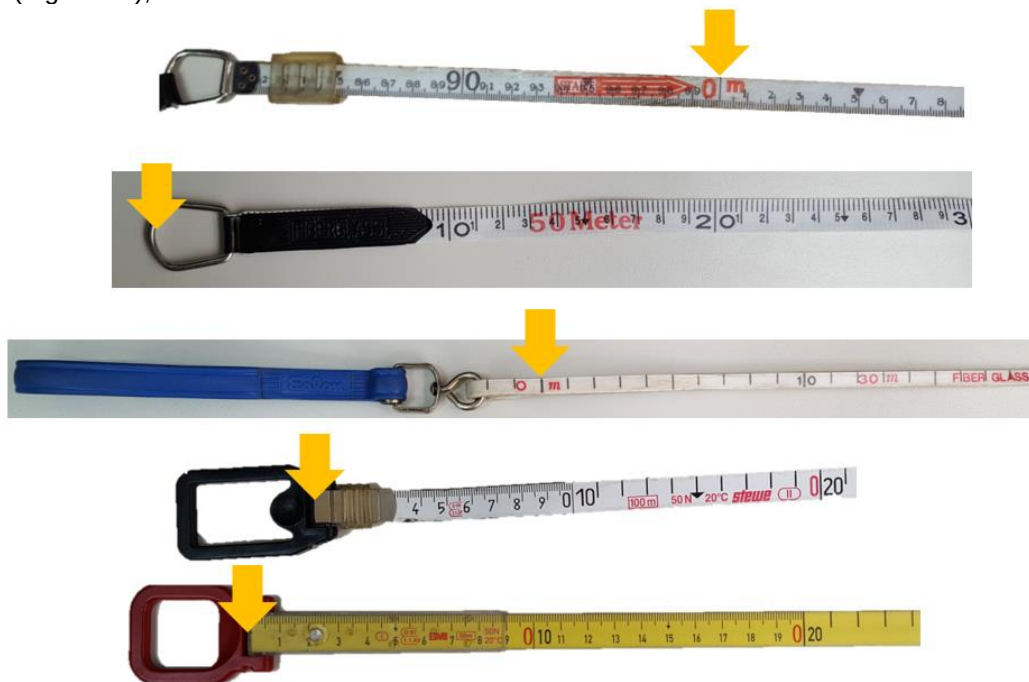


Figura 45: Identificação do zero da trena

#### 4.3.2.5 Medições em campo

- a) Cuidados com trena
  - tração moderada
  - não dobrar a trena
  - não pisar sobre a trena
  - não recolher a trena suja ou molhada
- b) Leitura de trena
 

Deve-se observar onde é o “zero da trena”, pois cada modelo de trena pode utilizar padrões diferentes.
- c) Realização de exercícios em campo com medições a trena:
  - medições sobre superfície horizontal
  - medições no topo da baliza
  - medições com alinhamento de balizas

#### 4.3.3 Estação Total

A evolução dos instrumentos de medição de ângulos e distâncias trouxe como consequência o surgimento destes novos instrumentos, que nada mais são do que teodolitos eletrônicos digitais com distanciômetros eletrônicos incorporados e montados num só bloco. Isto traz muita vantagem para a automação de dados, podendo inclusive armazenar os dados coletados e executar alguns cálculos mesmo em campo.

Surgiu comercialmente na década de 1980, vem evoluindo cada vez mais em termos de programas internos, interface, acessórios, robustez e peso (Figura 46).



Figura 46: evolução das estações totais

Fonte: (f) <https://leica-geosystems.com/>

#### 4.3.3.1 Forma de medição

A medição eletrônica de distâncias baseia-se na emissão/recepção de sinais luminosos laser ou infravermelho. A distância entre o emissor/receptor e o anteparo ou refletor é calculada eletronicamente e, segundo KAVANAGH e BIRD (1996), baseia-se no comprimento de onda, na frequência e velocidade de propagação do sinal.

O princípio de funcionamento é simples e baseia-se na determinação do tempo  $t$  que leva a onda eletromagnética para percorrer a distância, de ida e volta, entre o equipamento de medição e o refletor (Figura 47).

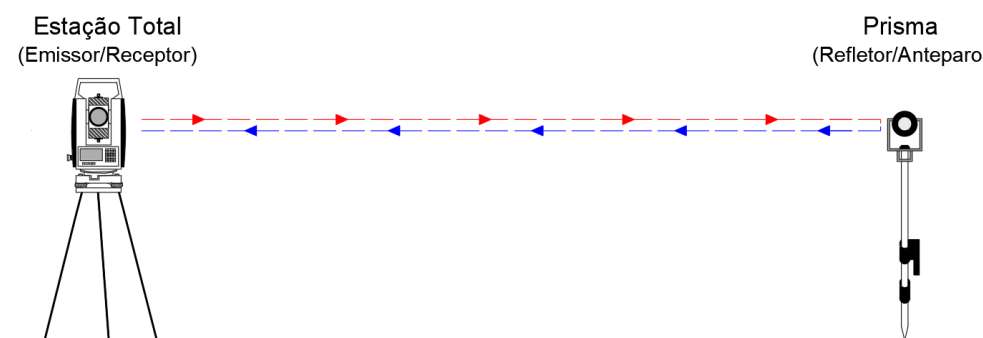


Figura 47: emissão e recepção do sinal do distanciômetro

A equação aplicável a este modelo é:  $D = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$

Onde: D: Distância entre o emissor e o refletor  
c: Velocidade de propagação da luz no meio  
 $\Delta t$ : Tempo de percurso do sinal

Logo, para obter a distância AB, usando esta metodologia é necessário conhecer a velocidade de propagação da luz no meio e o tempo de deslocamento do sinal. Atualmente não existem cronômetros para uso em campo capazes de determinar este tempo. Pelo fato da velocidade da luz ser de 300000km/s, o tempo

que a onda leva para percorrer a distância é pequeno e seu desvio admissível é da ordem de  $10^{-12}$ s (1 picosegundos). A alternativa encontrada foi relacionar a variação de tempo com a variação da fase do sinal (Figura 48).

Entenda como a medição ocorre:

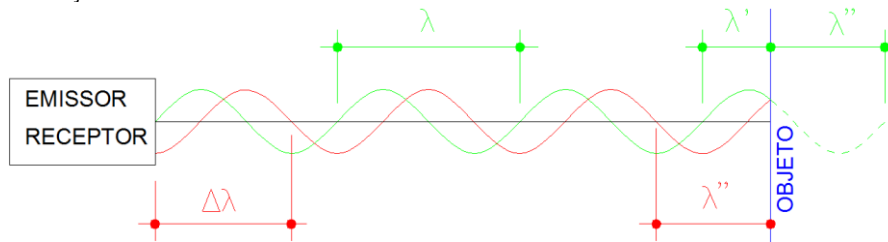


Figura 48: emissão e recepção do sinal do distanciômetro

Efetivamente em campo é realizada a medição da diferença de fase entre o sinal recebido e o emitido ( $\Delta\lambda$ ). A diferença de fase ( $\Delta\lambda$ ) se relaciona com a distância da seguinte forma:

$$2 \cdot D = n \cdot \lambda + \Delta\lambda$$

$$\Delta\lambda = \frac{\phi}{2 \cdot \pi} \cdot \lambda \quad \therefore \quad 2 \cdot D = n \cdot \lambda + \frac{\phi}{2 \cdot \pi} \cdot \lambda$$

onde:  $n$  é o número de ciclos inteiros na ida e na volta  
 $D$  é a distância entre o emissor e o objeto  
 $\phi$  é a diferença de fase em radianos

Fazendo

$$\mu = \frac{\phi}{2 \cdot \pi}$$

sendo  $\mu$  a defasagem do sinal recebido em função da diferença de fase, tem-se:

$$D = n \cdot \frac{\lambda}{2} + \mu \cdot \frac{\lambda}{2}$$

onde  $D$  e  $n$  são incógnitas.

Para solucionar a indeterminação desta equação as estações totais emitem dois diferentes sinais L1 e L2 (SILVA, 1993).

Se  $\lambda_1 \approx \lambda_2$  tal que  $n_1 = n_2 = n$  então

$$D = n \cdot \frac{\lambda_1}{2} + \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} \quad \text{e} \quad D = n \cdot \frac{\lambda_2}{2} + \mu_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2}$$

e assim tem-se um sistema de duas equações e duas incógnitas podendo ser igualadas as equações para descobrir  $n$ .

$$n \cdot \frac{\lambda_1}{2} + \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} = n \cdot \frac{\lambda_2}{2} + \mu_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} \quad \therefore \quad n \cdot \frac{\lambda_1}{2} - n \cdot \frac{\lambda_2}{2} = \mu_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} - \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} \quad \therefore \quad n \cdot \left( \frac{\lambda_1}{2} - \frac{\lambda_2}{2} \right) = \mu_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} - \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2}$$

Conhecendo o valor de  $n$ , pode-se calcular o valor de  $D$ .

#### 4.3.3.2 Temperatura e pressão

Não é possível determinar-se diretamente a velocidade de propagação da luz no meio, em campo. Em virtude disso, utiliza-se a velocidade de propagação da mesma onda no vácuo e o índice de refração no meio de propagação, para obter este valor. Este índice de refração é determinado em ensaios de laboratório durante a fabricação do equipamento, para um determinado comprimento de onda, pressão atmosférica e temperatura. As variações nas condições atmosféricas causam um aumento ou diminuição na velocidade de propagação da onda eletromagnética e provocam, consequentemente, os erros sistemáticos nas medidas das distâncias.

As estações totais permitem a aplicação desta correção em tempo real usando as variáveis temperatura e pressão atmosférica. Como existem várias formulações, fabricantes diferentes podem adotar

formulações diferentes para a correção. É importante que sejam introduzidas no equipamento a temperatura e pressão, pois assim o próprio equipamento aplicará a formulação apropriada para a sua medição.

A temperatura é introduzida em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) e a pressão em milibares (mb). Alguns modelos adotam para a pressão a unidade hectopascal (hPa) que equivale ao milibar. Outras adotam em milímetros de mercúrio (mmHg), onde  $1\text{mb}=1,333\text{mmHg}$ . Estas unidades são configuráveis na estação total.

Observa-se no gráfico 1 os efeitos da variação da temperatura e da pressão atmosférica. Observamos que quando temos a pressão de 900hPa (comum a 1000m de altitude) numa temperatura de  $30^{\circ}\text{C}$  a correção é de +46ppm (ou +46mm numa distância de 1000m). Se a temperatura ao longo do dia baixar para  $20^{\circ}\text{C}$  (normal ocorrer no outono e primavera) a correção reduz para +30ppm, ou seja, caso a temperatura não seja atualizada na estação total, teremos um erro de 16mm numa distância de 1000m.

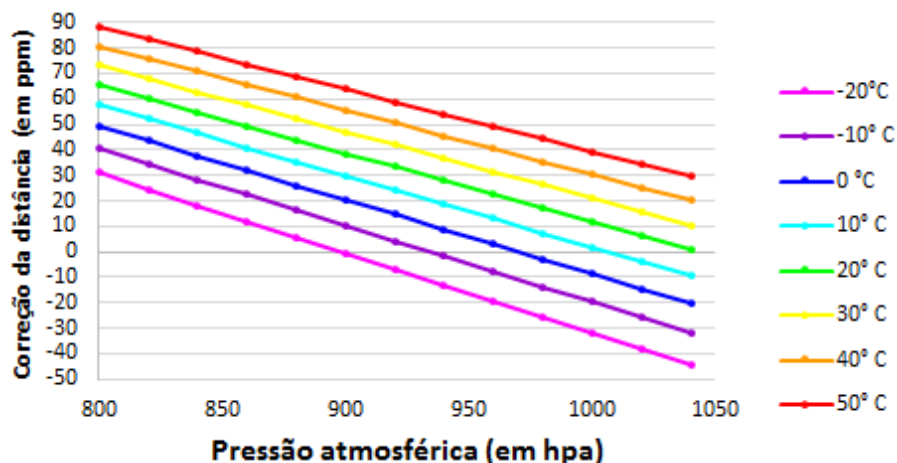


Gráfico 1: Correção em ppm da distância em função da temperatura e da pressão atmosférica para humidade relativa do ar de 75%

A Variação da humidade relativa do ar influencia pouco na correção, não sendo adotado para fins práticos.

No gráfico 2 podemos ver as variações de correção em ppm considerando as pressões e temperaturas comuns para o município de Florianópolis na humidade relativa do ar de 75%.

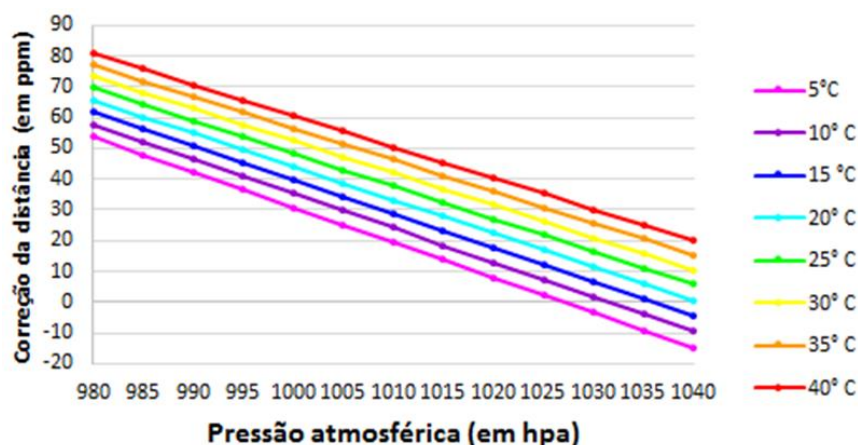


Gráfico 2: Correção em ppm para temperaturas e pressão comuns para Florianópolis

Como a correção é dada em PPM (equivalente a mm por km) elas são proporcionais à distância. Para termos a percepção da influência, adotaremos com exemplo, a pressão média de Florianópolis (1016 hPa) e a variação de temperatura normal em Florianópolis ao longo de um ano (Tabela 3).

| Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )<br>Florianópolis |    | PPM  | DISTÂNCIA (m) |         |         |         |
|-----------------------------------------------------|----|------|---------------|---------|---------|---------|
|                                                     |    |      | 50            | 100     | 200     | 500     |
| Mínima                                              | 7  | -8,8 | 50,000        | 99,999  | 199,998 | 499,996 |
| Média                                               | 21 | 5,0  | 50,000        | 100,000 | 200,001 | 500,002 |
| Máxima                                              | 34 | 16,6 | 50,001        | 100,002 | 200,003 | 500,008 |

Tabela 3: Exemplos de variação nas distâncias com a pressão média de Florianópolis

A Variação da humidade relativa do ar influencia pouco na correção, não sendo adotado para fins práticos.

#### 4.3.3.3 Constante do prisma

A posição do centro ótico do prisma em relação ao centro do ponto medido influencia a medição da distância (Figura 49). Para compensar esta diferença, os fabricantes adotam coeficientes na estação total para compensar este deslocamento. Desta forma, a constante do prisma se torna ZERO.

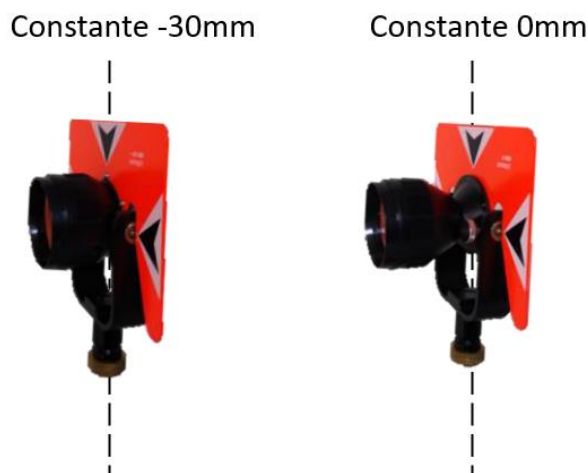


Figura 49: Posição do prisma em relação à vertical do ponto define a constante do prisma

Independente da posição de entrada do sinal no prisma, o percurso do sinal será o correto, resultando na distância inclinada correta (Figura 50). Porém, como veremos a frente, para as distâncias horizontais e verticais dependemos do ângulo zenital.

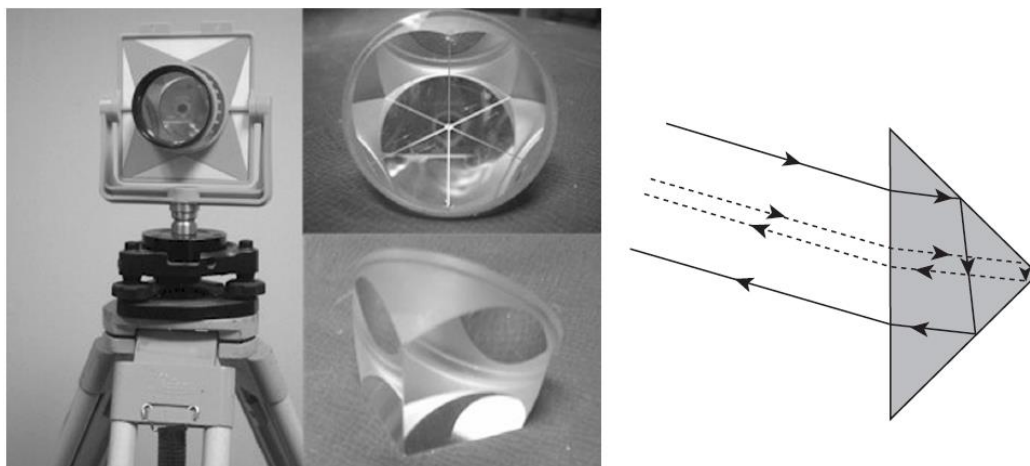


Figura 50: Comportamento do sinal emitido e refletido no prisma

Fonte: Engineering Surveying – W. Schofield and M. Breach

Para facilitar o trabalho em campo ou aumentar a precisão da medição, existem vários tipos de prisma e consequentemente teremos para cada um deles uma constante. Também podemos ter vários suportes de prisma que deixam o prisma em posições diferentes, o que também significará constantes diferentes.

Se forem utilizados prismas diferentes do previsto pelo fabricante, as constantes devem ser determinadas em campo.

Se existe uma distância conhecida confiável pode-se compará-la com a medição efetuada para determinar a constante com a seguinte equação:

$$c = D_{conhecida} - D_{medida}$$

Se você não dispõe de uma distância conhecida confiável, você poderá definir 3 pontos num único alinhamento, onde os extremos (AB) terão distância próxima de 100m. Efetue as medições AC, AB e BC (Figura 51).



Figura 51: Pontos colineares para definir a constante do prisma

A constante do prisma poderá ser calculada com a equação  $c = AC + BC - AB$ . É importante repetir o procedimento para eliminar erros grosseiros e reduzir os acidentais.

Chamaremos de Estação Total Padrão a maioria das estações totais do mercado que utilizam o mesmo tipo de prisma, sendo elas: Nikon, Pentax, Sokkia, Topcon, Trimble, Geodimeter, Spectra Precision, Zeiss, Ruide, Geodetic, entre outras. Somente a Leica e suas similares (Geomax por exemplo), adotam prismas com constantes diferentes para uso exclusivo nelas (Tabela 4).

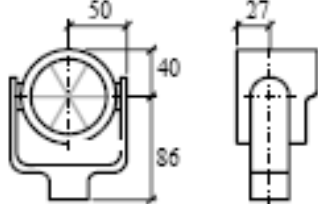
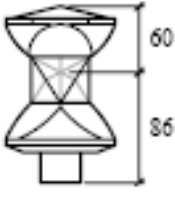
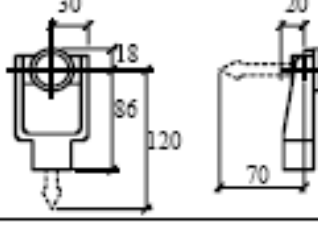
| Prismas Leica                | Constantes [mm] |                                                                                         |
|------------------------------|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| Prisma padrão<br>GPH1 + GPR1 | 0.0             |       |
| Prisma 360°<br>GRZ4          | +23.1           |      |
| Mini prisma<br>GMP101/102    | +17.5           |     |
| Prismas adesivos             | +34.4           |    |
| USUÁRIO                      | --              | é definido em "Cte Prisma"<br>(-mm + 34.4; ex.: mm = 14 -> entrada = -14 + 34.4 = 20.4) |
| RL                           | +34.4           | Sem prisma                                                                              |

Tabela 4: Exemplos de prismas Leica com suas constantes

Fonte: Manual Leica TCR-307

Na tabela 5, pode-se consultar os modelos de prismas e suas constantes a serem utilizadas em estações totais padrão e estações totais Leica.

| TIPO DE PRISMA                                                                                                | TIPO DE ESTAÇÃO |       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------|
|                                                                                                               | Padrão          | Leica |
| Circular padrão interno<br>  | -30             | +4,4  |
| Circular padrão externo<br>  | 0               | +34,4 |
| Circular Leica<br>           | -34,4           | 0     |
| 360° Leica<br>              | -11,3           | +23,1 |
| Mini prisma Leica<br>      | -16,9           | +17,5 |
| Mini-prisma Leica 360°<br> | -4,4            | +30,0 |
| Mini prisma padrão<br>     | 0               | +34,4 |
| Adesivo<br>                | 0               | +34,4 |
| Laser                                                                                                         | 0               | +34,4 |

Tabela 5: Constantes de diversos modelos de prisma (mm)

Fonte: adaptado de Bohnenstingl

#### 4.3.3.4 Reduções de distâncias

A medição da distância efetuada pela estação total é inclinada, pois dificilmente o alvo estará no mesmo plano horizontal que a estação total.

Temos que a DI é afetada diretamente pela temperatura e pressão além da constante do prisma.

$$DI = D_{medida} + c + C_{tp}$$

Onde:

$D_{medida}$ : distância medida fisicamente

$c$ : constante do prisma

$C_{tp}$ : correção de temperatura e pressão

Quando não usamos a temperatura e pressão medidas em campo e a constante do prisma, incorremos em erros sistemáticos que podem afetar a qualidade da medição, além de comprometer a precisão nominal estabelecida pelo fabricante. Portanto é fundamental para o perfeito funcionamento do instrumento a introdução da temperatura e pressão do local da medição, além da constante do prisma utilizado.

Como a distância medida é a inclinada, é necessário reduzir a distância para o plano horizontal onde está a estação total.

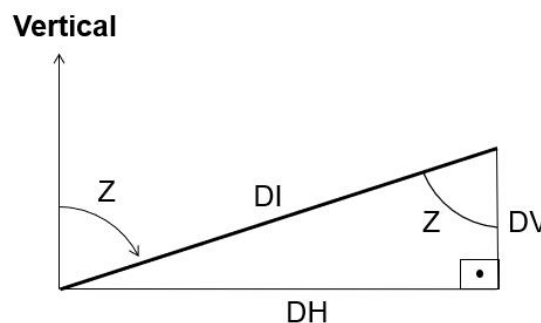
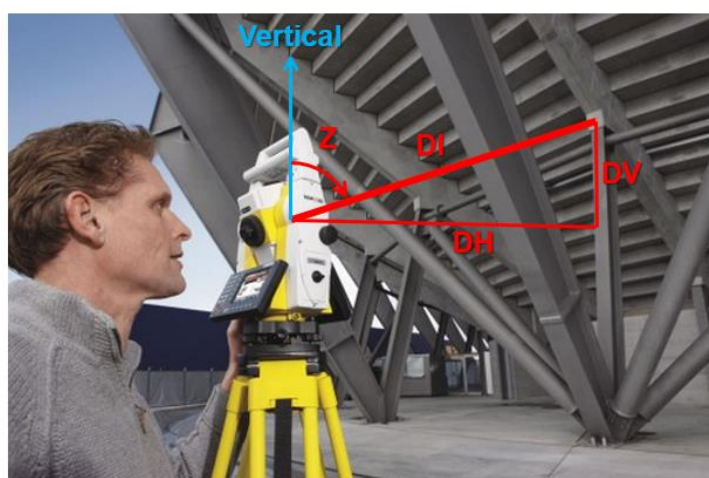


Figura 52: Redução da distância inclinada

Fonte: imagem adaptada de <http://www.a1surveyequipment.net/geomax-zoom-80r-robotic-total-station-289-p.asp>

$$DH = DI \cdot \sin Z$$

Onde:

DI: Distância Inclinada

DH: Distância Horizontal

DV: Distância Vertical

Z: Ângulo Vertical do tipo Zenital

#### EXEMPLO

Calcular a DH, sabendo que em campo foi medido  $DI=239,056$  e  $Z=84^{\circ}13'21''$ .

$$DH = DI \cdot \sin Z = 239,056 * \sin 84^{\circ}13'21'' \rightarrow DH = 237,842$$

#### 4.3.3.5 Classificação ABNT

Na tabela 6 podemos ver as classes das estações totais conforme a ABNT NBR 13133/2021.

| Classes de estações totais | Desvio-padrão Precisão angular | Desvio-padrão Precisão linear      |
|----------------------------|--------------------------------|------------------------------------|
| 1                          | $\sigma \leq 2''$              | $\pm (1\text{mm} + 1 \text{ ppm})$ |
| 2                          | $2'' < \sigma \leq 5''$        | $\pm (2\text{mm} + 2 \text{ ppm})$ |
| 3                          | $5'' < \sigma \leq 10''$       | $\pm (3\text{mm} + 3 \text{ ppm})$ |

Tabela 6: classes das estações totais em função de suas precisões nominais

Fonte: ABNT NBR 13133/2021

Para uma estação total ser classe 2, ela deve obrigatoriamente precisão angular melhor ou igual a  $\pm 5''$  e precisão linear melhor ou igual a  $\pm (2\text{mm} + 2\text{ ppm})$ .

#### 4.3.3.6 Acessórios

- |                              |                             |                          |
|------------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| - Tripé para a estação total | - Umbrela (guarda sol)      | - Termômetro             |
| - Prisma com suporte         | - Cabo de transferência     | - Barômetro              |
| - Mini-prisma com suporte    | - Baterias                  | - Carregador de baterias |
| - Prisma adesivo             | - Bipé ou Tripé para bastão | - Trena de bolso         |
| - Bastão                     |                             |                          |

#### 4.3.3.7 Erros

- **Falta de Centragem da estação total no ponto** (Figura 53): O erro de centragem no ponto é uma das maiores fontes de erros angulares. Para minimizar este tipo de erro em estações com prumo óptico é importante que a imagem do ponto e do retículo estejam bem nítidos para uma centragem de qualidade. Em estações totais com prumo laser, é importante que o laser esteja bem visível e em sombra (a sombra pode ser produzida com qualquer objeto). Deve-se seguir à risca os procedimentos de centragem da estação total, fazendo as verificações finais garantindo a qualidade da centragem.

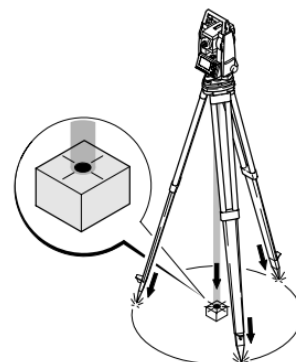


Figura 53: Centragem da estação total no ponto

- **Falta de Centragem do bastão no ponto** (Figura 54): deve-se dar atenção na centragem do bastão sobre o ponto, evitando deslocamento do ponto, principalmente no uso de tripé ou bipé para o bastão.



Figura 54: Centragem do bastão no ponto.

- **Falta de Nivelamento da estação total** (Figura 55): A falta de nivelamento da estação total interfere diretamente nos ângulos horizontais e verticais. Deve-se seguir à risca os procedimentos de nivelamento, fazendo as verificações finais garantindo a qualidade do nivelamento.

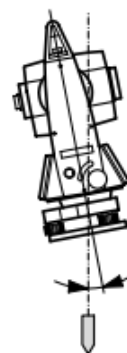


Figura 55: Falta de nivelamento da estação total

- **Falta de temperatura e pressão:** Conforme já visto, a temperatura e pressão são elementos que garantem a qualidade da medição da distância, conforme especificado pelo fabricante. Devem ser medidas em campo e introduzidas na estação total.

- **Erro de constante do prisma:** cuidado especial quando usar modelos diferentes de prisma, pois cada um terá sua constante. Consultar a tabela 5 para utilizar o valor correto.

- **Falta de verticalidade do bastão** (Figura 56): A verticalidade do bastão através do nível de cantoneira garantirá que o prisma esteja na projeção vertical do ponto. Verificações rotineiras do nível de cantoneira se fazem necessárias para que a bolha esteja ajustada à vertical do bastão.



Figura 56: Falta de verticalidade do bastão

- **Laser em quinas** (Figura 57): A medição com infravermelho requer o uso de prisma. Já a medição à laser o uso do prisma é recomendado somente para grandes distâncias. Para pequenas distâncias não há a necessidade de uso de prisma quando o equipamento é equipado com medição a laser. O alcance dependendo do modelo da estação total. Nas medições sem prisma, quinas exigem um cuidado a mais, pois o erro pode ser de poucos milímetros (Figuras 57a e 57b) ou de até muitos metros dependendo onde o laser refletir (Figura 57c).

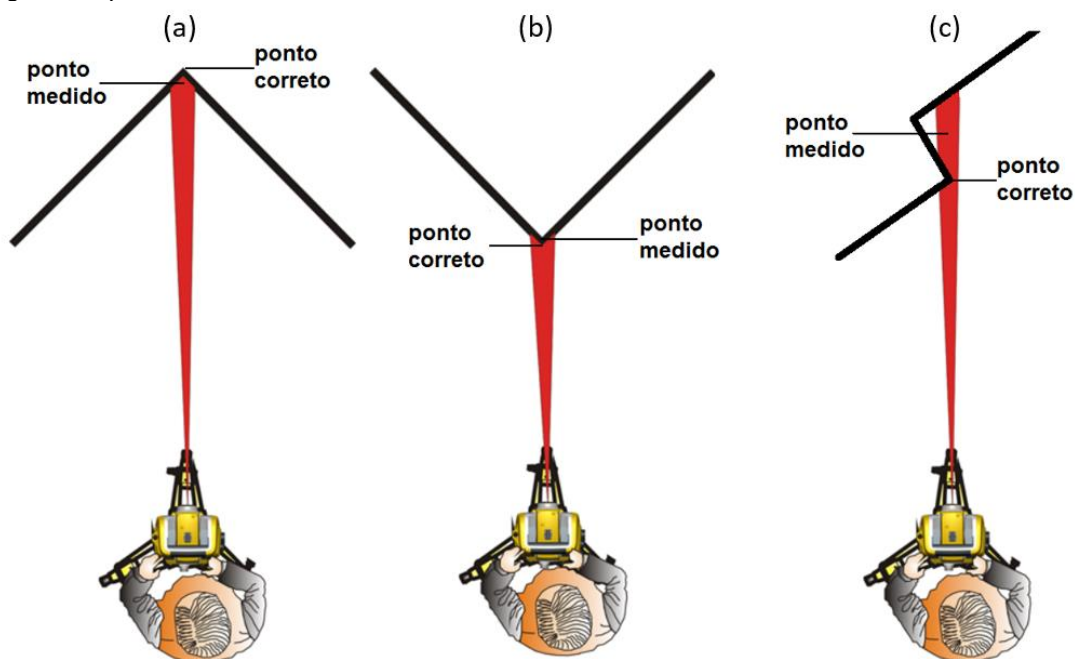


Figura 57: situações de medição laser em quinas

#### 4.3.3.8 Cuidados com Instrumentos

Os instrumentos topográficos não podem cumprir por completo suas funções se não forem tratados e conservados com cuidado e se os métodos empregados não forem os indicados às propriedades do instrumento.

Os cuidados abaixo são destinados a todos os profissionais que trabalham com equipamentos topográficos, sem exceção, mesmo que pareçam comuns e já vistos, mas em nosso cotidiano muitas vezes se passam despercebidos. São sugestões pesquisadas em catálogos de equipamentos, livros de topografia, assistência técnica e revistas especializadas.

a) *Conservação*

Deve-se conservar o instrumento, se possível, em lugar seco e ventilado, sem pó e sem grandes variações de temperatura. Um instrumento que permanece muito tempo sem ser usado está exposto ao perigo do fungo. Se por algum motivo, o instrumento ficar exposto à umidade, provida de sereno, neblina, garoa, chuva, etc, deve-se sacá-lo de seu estojo para permitir que o ar circule em sua volta, colocando-o em um armário arejado e com uma pequena calefação ao fundo, direcionada à ele. Poderá ser uma estufa de resistência ou uma lâmpada incandescente de 25W, além de manter seu estojo aberto até que a umidade evapore. Deste modo se evita o depósito de vapor d'água sobre a ótica e que haja condensação no interior do instrumento. Não tendo uma calefação, é importante deixá-lo exposto a um ventilador para secar a umidade excessiva ou num ambiente com desumidificador.

b) *Inspeção*

Antes de começar cada período de trabalho de campo, deve-se examinar o instrumento segundo as instruções para emprego, contidas no manual e ajustá-lo se for necessário e possível. Isto também se aconselha após terminadas as tarefas de campo em prolongadas pausas de trabalhos e depois de transportes longos, para evitar horas de trabalho perdidas por deficiência do instrumento.

Observações:

- tirar do armário o estojo fechado com o instrumento dentro
- colocar o estojo sobre o balcão
- Abrir o estojo, analisando a maneira correta de se fazê-lo
- Verificar se as cargas das baterias atenderão o trabalho a ser executado
- Conduzir o instrumento dentro do estojo ao local de trabalho
- Ao conduzir o instrumento no estojo dentro de automóveis, este deve estar sobre o banco da viatura ou, de preferência, sobre o colo do caroneiro, evitando desta forma que o instrumento receba impactos fortes, pois nem todos os instrumentos possuem estojo que proteja o equipamento de impactos.

c) *Sacando o instrumento do estojo*

Antes de sacar o instrumento, deve-se colocar o tripé sobre o ponto e se observa como se encontra o instrumento dentro do estojo, de maneira que ao guardá-lo novamente, se possa encaixá-lo exatamente coincidindo com a estrutura do estojo. Ao sacar o instrumento, levanta-se ele segurando firmemente com uma das mãos em seu lado ou na alça de transportes (se tiver) e colocando a outra por baixo da base nivelante, mantendo ele paralelo ao estojo para preservá-lo. Tem que se ter muito cuidado de NUNCA tocar os níveis tubular e esférico dos instrumentos.

d) *Colocando o instrumento sobre o tripé*

Coloca-se o instrumento sobre a plataforma do tripé e, sustentando-o com uma das mãos, fixa-se imediatamente a base nivelante na mesa.

NUNCA deixar um instrumento SOLTO SOBRE O TRIPÉ.

e) *Retirando o instrumento do tripé para conduzi-lo ao laboratório*

Estando o instrumento fixo sobre o tripé, deixa-se o estojo aberto no chão, pronto para guardá-lo. Afrouxa-se os parafusos de fixação dos movimentos horizontal e vertical, e volta-se os parafusos calantes para a posição intermediária, dando recursos para eles no próximo uso. Com uma das mãos segura-se o aparelho pelo seu lado ou na alça de transporte, e com a outra solta-se o instrumento do tripé. Levanta-se o instrumento colocando a mão livre imediatamente por baixo da base nivelante. Gira-se ele até haver coincidência das marcas para posição de estojo (se houver). Conduzir o instrumento até o estojo, acomodando-o corretamente e fecha-se o estojo.

f) *Transporte manual de estação para estação*

Durante a realização dos trabalhos topográficos, o transporte manual quando da mudança de estação, deverá ser feito da seguinte maneira:

- estando o instrumento instalado sobre o ponto e terminadas as medições, afrouxa-se todos os parafusos de fixação do instrumento;
- Guarda-se o instrumento no estojo seguindo as instruções do item “e”;
- O transporte manual para outra estação, deverá ser feito com o instrumento no estojo sempre que a distância de transporte for superior a 5 metros;
- Em casos de extrema necessidade (por algum motivo inexplicável o estojo estiver longe e começar a chover) o instrumento deverá ser carregado montado sobre o tripé, em posição no ombro estando o mais próximo possível da vertical. Nos terrenos com vegetação, é aconselhável transportá-lo à frente do corpo, com o tripé sob um dos braços e apoiando numa das mãos a base nivelante;
- Nunca transportar o equipamento com uma única mão (Figura 58)



Figura 58: Transportar a estação total numa única mão é proibido

4.3.3.9 *Procedimentos de instalação*

Estes procedimentos visam auxiliá-lo numa sequência lógica para evitar que se perca tempo para calar (centrar e nivelar) um instrumento topográfico. Com a experiência você poderá desenvolver método próprio que permitirá realizar esta atividade de forma mais rápida.

- a) Posicione o tripé do instrumento aproximadamente na vertical do ponto topográfico. Se a superfície topográfica for irregular, posicione apenas uma perna na parte mais alta e utilize o fio de prumo para auxiliar na detecção da vertical. Procure adaptar a altura do tripé para a sua altura, não deixando de considerar a irregularidade da superfície e nem a altura do instrumento. Aproveite este momento para deixar a mesa do tripé aproximadamente nivelada e se possível crave uma das pernas no solo (de preferência a que estiver na parte mais alta do terreno);
- b) Retire o instrumento de seu estojo e coloque-o sobre o tripé conforme orientação no item anterior desta apostila “Cuidados com Instrumentos”.
- c) Posicione os três calantes numa mesma altura (de preferência num ponto intermediário do recurso total do calante). Normalmente os instrumentos possuem marcas fiduciais como anéis pintados ou parafusos de fixação de seu eixo que podem servir de referência.
- d) Posicione a marca central do prumo ótico ou do prumo laser sobre o ponto topográfico utilizando as duas pernas do tripé que ainda não estão cravadas.
- e) Quando a marca estiver perfeitamente sobre o ponto topográfico, se possível crave as pernas soltas e inicie o nivelamento da bolha circular utilizando as três pernas. Preste muita atenção na direção formada pela bolha e o círculo (Figura 59a). Esta direção irá definir com qual perna você deverá subir ou abaixar a mesa (Figura 59b).

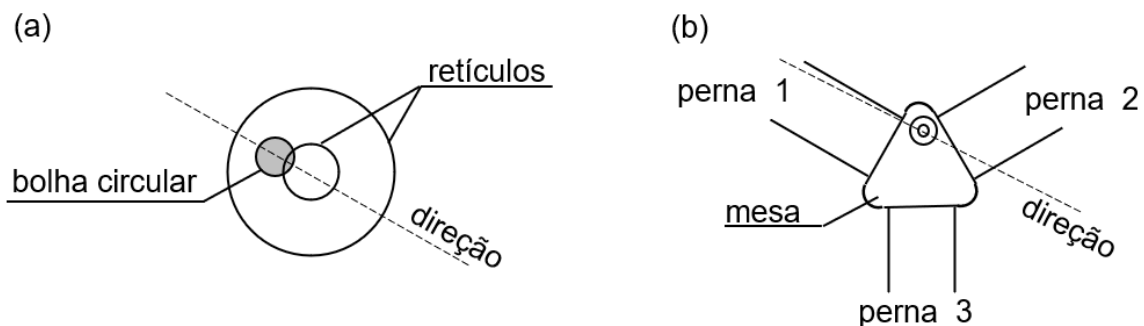


Figura 59: Vista superior da bolha circular da base nivelante

Usando como exemplo a Figura 59, a direção da bolha indica a perna 1 a ser movimentada. Como a bolha está na sua direção, esta perna deverá baixar a base nivelante, levando a bolha para o centro.

- f) Com a bolha dentro do círculo (automaticamente a mesa estará nivelada, pois os calantes estão numa mesma altura), verifique se a marca central do prumo ótico saiu da vertical do ponto. Caso tenha saído afrouxe o instrumento do tripé e posicione novamente a marca sobre o ponto topográfico. Faça isso sem soltar o parafuso completamente e ao posicionar o equipamento sobre o ponto, aperte o parafuso monitorando se o centro não saiu do ponto.
- g) Inicie então o nivelamento da bolha tubular utilizando o “Método dos Três Calantes” ou o “Método do Calante Perpendicular” (ambos descrito a seguir). Independente de qual método você optar, deverá ser feito duas vezes. Após feito, verifique se a marca central do prumo ótico saiu do ponto. Caso tenha saído volte ao passo “f”.

**Método dos Três Calantes:** Deixe a bolha tubular paralela aos calantes 1-2 (Figura 60) e nivele-a utilizando somente estes dois calantes. O movimento dos calantes deverão ser sempre em sentidos opostos (quando um for girado no sentido horário o outro deverá ser girado no anti-horário), conforme ilustrado na figura 61. Em seguida posicione a bolha tubular paralela aos calantes 2-3 e use estes calantes para nivelar a bolha. Não esqueça que os calantes devem girar em sentidos opostos. Finalmente deixe a bolha paralela aos calantes 3-1 e nivele-a também.

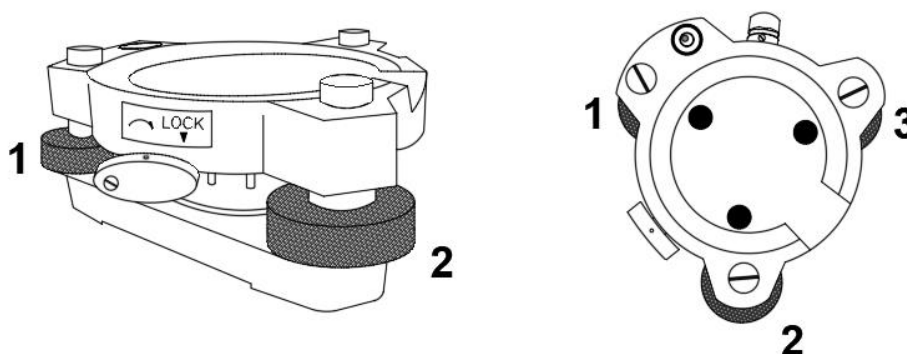


Figura 60: calantes da base nivelante

**Método do Calante Perpendicular:** Deixe a bolha paralela aos calantes 1-2 (Figura 60) e nivele-a utilizando somente estes dois calantes. O movimento dos calantes deverão ser sempre em sentidos opostos (quando um for girado no sentido horário o outro deverá ser girado no anti-horário), conforme ilustrado na figura 61. Em seguida posicione a bolha tubular perpendicular aos calantes 1-2 e use somente o calante 3 para nivelar a bolha.

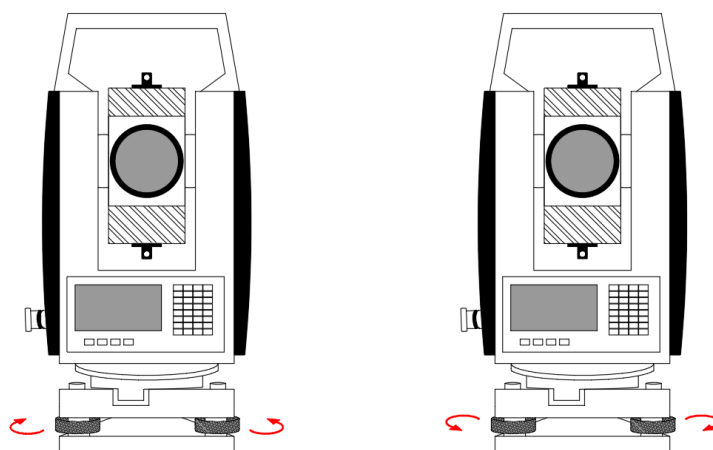


Figura 61: movimento dos calantes

#### 4.3.4 Outros Diastímetros

A Estação Total e a trena de fita são os equipamentos básicos para levantamentos topográficos. Outros equipamentos também fazem medições lineares, porém para finalidades específicas. O Laser Scanner (Figura 62a) faz uma varredura automatizada de 360° medindo as distâncias a laser.

A Mira (Figura 62b) tem a finalidade de medir distâncias verticais sobre pontos, utilizada para medir desníveis entre os pontos com o nível.

A Trena de rodas (Figura 62c) é muito utilizada para medições ao longo de uma superfície de forma muito prática, porém não segue como referência o plano horizontal. A medição é baseada na quantidade de giros das rodas multiplicada pela circunferência delas.

O Pedômetro (Figura 62d) é um equipamento para medição expedita de distâncias, através da contagem de passos. Nos digitais é possível informar o tamanho do passo para ajuste da distância.

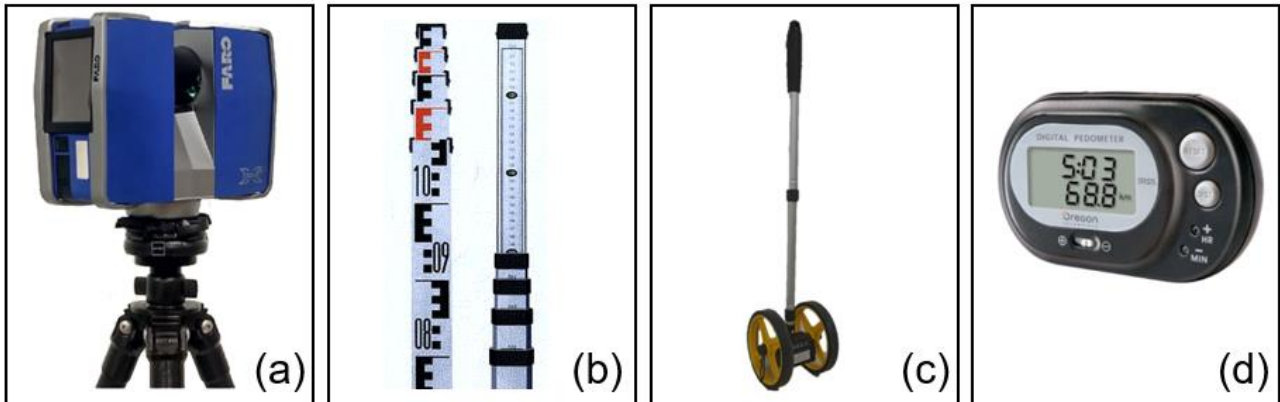


Figura 62: Laser scanner (a), mira (b), trena de rodas (c) e pedômetro (d)

#### 4.3.5 Outras técnicas de medição linear

Estas técnicas consistem em a partir de distâncias de referência, calcular a distância de interesse de forma indireta.

- a) Interseção Angular: Forma indireta de obter medidas horizontais em pontos inacessíveis (Figura 63). A partir da distância medida “c” e os ângulos A e B, calcula-se pelas propriedades trigonométricas as distâncias “a” e “b”.

$$\frac{\text{sen } A}{a} = \frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}$$

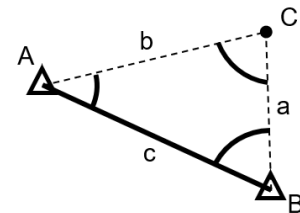
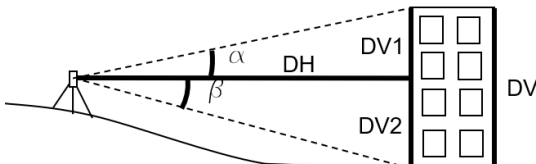


Figura 63: Interseção Angular

- b) Distância vertical por trigonometria: Forma indireta de obter medidas vertical em objetos verticais (Figura 64). A partir da distância medida DH e os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , é possível por trigonometria calcular as distâncias DV1 e DV2



$$\begin{aligned} DV1 &= DH \cdot \tan \alpha \\ DV2 &= DH \cdot \tan \beta \\ DV &= DV1 + DV2 \end{aligned}$$

Figura 64: Distância vertical por trigonometria

- c) Estadimetria: Permite medir indiretamente a distância horizontal através de leituras sobre a mira (Figura 65). Técnica muito utilizada até a década de 90, antes da popularização dos distanciômetros.

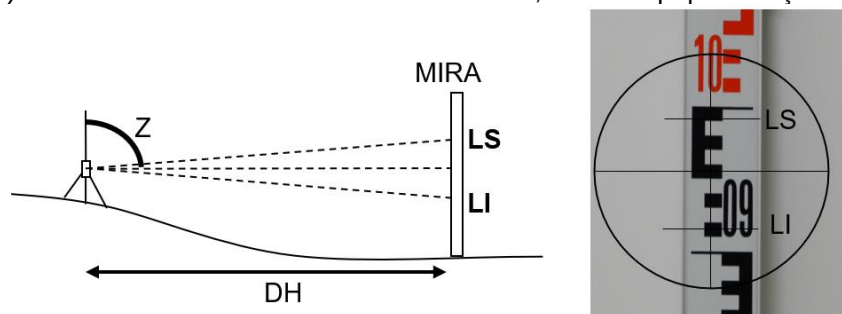


Figura 65: Estadimetria

$$DH = 100 \cdot (LS - LI) \cdot \text{sen}^2 Z$$

## 5 MEDIÇÃO ANGULAR HORIZONTAL

Ângulo é o afastamento entre estas duas retas ao longo de uma circunferência (Figura 66).

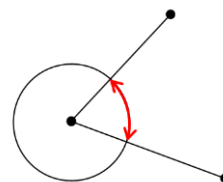


Figura 66: ângulo formado entre duas retas

Ângulo Horizontal é um ângulo formado sobre qualquer plano de referência horizontal (Figura 67).

Para medições topográficas, adotaremos de forma geral, a direção da medição no sentido horário.

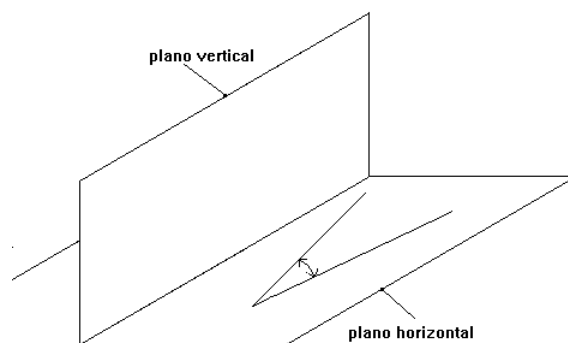


Figura 67: ângulo horizontal

### 5.1 TIPOS DE ÂNGULOS

#### 5.1.1 Ângulo lido (L)

Ângulo Lido (L) é a leitura do ângulo horizontal realizada diretamente no instrumento. É a medição propriamente dita, onde o 0° pode estar para qualquer direção (Figura 68). O Ângulo Lido também é conhecido como “direção angular”.

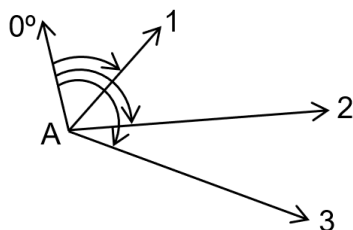


Figura 68: Ângulos lidos

**Exemplo de caderneta de campo:**

| Estação Ocupada | Ponto Visado | Ângulo Lido ( L ) |
|-----------------|--------------|-------------------|
| A               | 1            | 50° 15' 20"       |
|                 | 2            | 75° 25' 34"       |
|                 | 3            | 120° 35' 49"      |

**5.1.2 Ângulo irradiado****5.1.2.1 Conceito**

Ângulo Irradiado (I) é o ângulo horizontal formado a partir de uma direção visada de referência (visada à ré), até a direção dos pontos visados à frente (visada à vante). Os valores dos ângulos irradiados variam conforme definida a sua visada à ré, conforme pode-se observar na Figura 69.

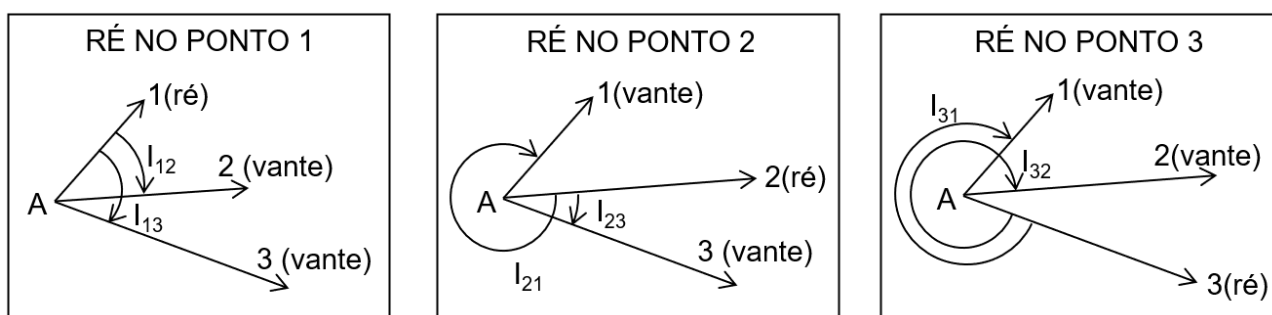


Figura 69: ângulos irradiados variam conforme o ponto à ré.

**5.1.2.2 Cálculo Lido-Irradiado**

O Ângulo Irradiado (I) é calculado a partir do Lido (L) pela expressão:

$$I_{R-V} = L_V - L_R \quad \text{Se } I_{R-V} \text{ for negativo, deve-se somar } 360^\circ$$

Onde,  $I_{R-V}$ : ângulo irradiado do ponto Ré para o ponto Vante

$L_V$ : ângulo lido à vante

$L_R$ : ângulo lido à ré

**EXEMPLOS**

Tendo a caderneta abaixo, calcule os ângulos irradiados com as várias possibilidades de visada à ré.

| Estação Ocupada | Ponto Visado | Ângulo Lido ( L ) |
|-----------------|--------------|-------------------|
| A               | 1            | 50° 15' 20"       |
|                 | 2            | 75° 25' 34"       |
|                 | 3            | 120° 35' 49"      |

a) Com ré em 1:

$$I_{1-2} = L_2 - L_1 \rightarrow I_{1-2} = 75^\circ 25' 34'' - 50^\circ 15' 20'' = 25^\circ 10' 14''$$

$$I_{1-3} = 120^\circ 35' 49'' - 50^\circ 15' 20'' = 70^\circ 20' 29''$$

b) Com ré em 2:

$$I_{2-3} = 120^\circ 35' 49'' - 75^\circ 25' 34'' = 45^\circ 10' 15''$$

$$I_{2-1} = 50^\circ 15' 20'' - 75^\circ 25' 34'' = -25^\circ 10' 14'' + 360^\circ = 334^\circ 49' 46''$$

c) Com ré em 3:

$$I_{3-1} = 50^\circ 15' 20'' - 120^\circ 35' 49'' = -70^\circ 20' 29'' + 360^\circ = 289^\circ 39' 31''$$

$$I_{3-2} = 75^\circ 25' 34'' - 120^\circ 35' 49'' = -45^\circ 10' 15'' + 360^\circ = 314^\circ 49' 45''$$

## EXERCÍCIOS

4) Calcule os ângulos irradiados tendo a caderneta de campo abaixo.

| Estação Ocupada | Ponto Visado | Ângulo Lido ( L ) |
|-----------------|--------------|-------------------|
| M1              | M2           | 216° 42' 04"      |
|                 | M3           | 273° 11' 49"      |
|                 | M4           | 38° 00' 15"       |

a) com ré em M2

b) com ré em M3

c) com ré em M4

### 5.1.3 Ângulo de deflexão

#### 5.1.3.1 Conceito

Ângulo de deflexão (d) é o ângulo horizontal formado a partir do prolongamento do alinhamento anterior até o alinhamento posterior (Figura 70). A deflexão pode ser à direita ou à esquerda (sendo identificado pelas letras E e D), e variam de 0° a 180°.

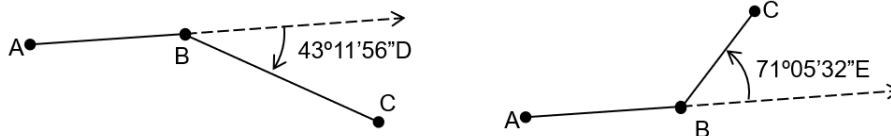


Figura 70: Exemplos de ângulos de deflexão de um alinhamento

Estes ângulos são usados em projetos lineares como estradas, linhas de transmissão e dutos subterrâneos. Antigamente era usado para limites de imóveis, mas hoje não mais.

#### 5.1.3.2 Cálculo irradiado-deflexão

O ângulo de deflexão (d) é calculado pela equação

$$d = I - 180$$

Onde, I: ângulo irradiado do ponto Ré para o Vante

Se  $d > 0$  a deflexão é à direita, se  $d < 0$  a deflexão é à esquerda.

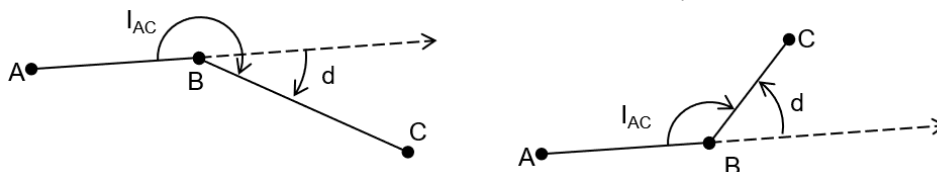


Figura 71: esquema de cálculo do ângulo de deflexão

## EXEMPLOS

a) calcule os ângulos de deflexão sabendo os ângulos irradiados

$$I = 237^\circ 23' 45'' \rightarrow d = I - 180 \rightarrow d = 237^\circ 23' 45'' - 180 \rightarrow d = 57^\circ 23' 45'' D$$

$$I = 59^\circ 52' 17'' \rightarrow d = 59^\circ 52' 17'' - 180 \rightarrow d = -120^\circ 07' 43'' \rightarrow d = 120^\circ 07' 43'' E$$

b) a partir da caderneta abaixo, calcule as deflexões

| Estação Ocupada | Ponto Visado | Ângulo Lido ( L ) | Descrição |
|-----------------|--------------|-------------------|-----------|
| J1              | J0           | 139° 32' 11"      | Ré        |
|                 | J2           | 240° 11' 49"      | Vante     |
| J2              | J1           | 225° 33' 26"      | Ré        |
|                 | J3           | 99° 17' 00"       | Vante     |

$$I_{J0-J2} = 240^\circ 11' 49'' - 139^\circ 32' 11'' \rightarrow I_{J0-J2} = 100^\circ 39' 38''$$

$$d_{J1} = 100^\circ 39' 38'' - 180 = -79^\circ 20' 22''$$

$$\rightarrow d_{J1} = 79^\circ 20' 22'' E$$

$$I_{J1-J3} = 99^\circ 17' 00'' - 225^\circ 33' 26'' = -126^\circ 16' 26'' + 360$$

$$\rightarrow I_{J1-J3} = 233^\circ 43' 34''$$

$$d_{J2} = 233^\circ 43' 34'' - 180 = d_{J2} = 53^\circ 43' 34'' D$$

**EXERCÍCIOS**

5) Calcule os ângulos de deflexão a partir da caderneta de campo abaixo.

| Estação Ocupada | Ponto Visado | Ângulo Lido ( L ) | Descrição |
|-----------------|--------------|-------------------|-----------|
| B               | A            | 17° 57' 32"       | Ré        |
|                 | C            | 234° 40' 09"      | Vante     |
| C               | B            | 347° 02' 48"      | Ré        |
|                 | D            | 07° 21' 36"       | Vante     |
| D               | C            | 77° 21' 47"       | Ré        |
|                 | E            | 311° 42' 59"      | Vante     |

**5.1.4 Ângulo interno (i)****5.1.4.1 Conceito**

São ângulos medidos entre dois alinhamentos topográficos, pelo lado interno a uma poligonal fechada (polígono), conforme está ilustrado na Figura 72. É obrigatório a existência de uma poligonal fechada (polígono). Variam de 0° a 360°.

Até a década de 80 era muito medido em campo. Atualmente, quando necessário, ele é calculado a partir dos azimutes.

**5.1.4.2 Fechamento**

Para verificar se os ângulos internos de um polígono estão consistentes, pode-se verificar o fechamento adotando a equação

$$\sum i = 180. (n - 2)$$

Onde, n: número de vértices  
i: ângulo interno

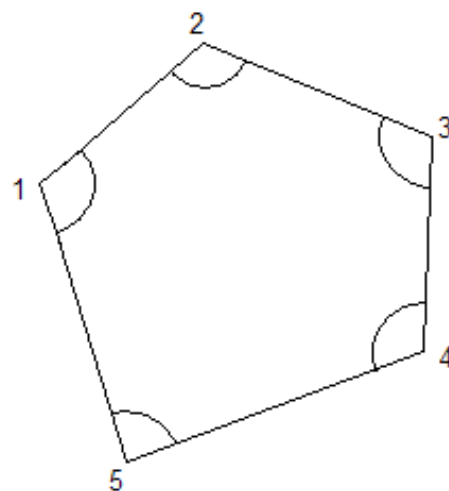


Figura 72: ângulos internos

**EXEMPLO**

Calcule o fechamento dos ângulos internos do polígono abaixo:

| Vértice | Ângulo interno |
|---------|----------------|
| 1       | 78° 21' 32"    |
| 2       | 100° 33' 19"   |
| 3       | 302° 00' 37"   |
| 4       | 41° 58' 45"    |
| 5       | 118° 03' 21"   |
| 6       | 79° 02' 39"    |

$$\begin{aligned} \sum i &= 180.(n-2)=180.(6-2)=180.4 \rightarrow \sum i = 720^\circ \\ \sum i &= 720^\circ 00' 13'' \\ \text{Erro angular} &= +13'' \end{aligned}$$

**EXERCÍCIO**

6) Calcule o fechamento dos ângulos internos do polígono abaixo:

| Vértice | Ângulo interno |
|---------|----------------|
| 1       | 73° 28' 08"    |
| 2       | 230° 14' 10"   |
| 3       | 82° 09' 11"    |
| 4       | 66° 59' 30"    |
| 5       | 87° 08' 22"    |

### 5.1.5 Ângulo externo (e)

#### 5.1.5.1 Conceito

São ângulos medidos entre dois alinhamentos topográficos, pelo lado externo a uma poligonal fechada (polígono). É obrigatório a existência de uma poligonal fechada. Variam de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

#### 5.1.5.2 Cálculo interno-externo

Para calcular o ângulo externo a partir do ângulo interno adota-se a equação  $e = 360 - i$   
Onde “e” é o ângulo externo

Para calcular o ângulo interno a partir do ângulo externo adota-se a equação  $i = 360 - e$

#### EXEMPLO

- a) Calcule os ângulos externos em função dos ângulos internos:

| Vértice | Ângulo interno       | $e = 360 - i$                                         |
|---------|----------------------|-------------------------------------------------------|
| 1       | $73^\circ 28' 08''$  | $e_1 = 360 - 73^\circ 28' 08'' = 286^\circ 31' 52''$  |
| 2       | $230^\circ 14' 10''$ | $e_2 = 360 - 230^\circ 14' 10'' = 129^\circ 45' 50''$ |
| 3       | $82^\circ 09' 11''$  | $e_3 = 360 - 82^\circ 09' 11'' = 277^\circ 50' 49''$  |
| 4       | $66^\circ 59' 30''$  | $e_4 = 360 - 66^\circ 59' 30'' = 293^\circ 00' 30''$  |
| 5       | $87^\circ 08' 22''$  | $e_5 = 360 - 87^\circ 08' 22'' = 272^\circ 50' 38''$  |

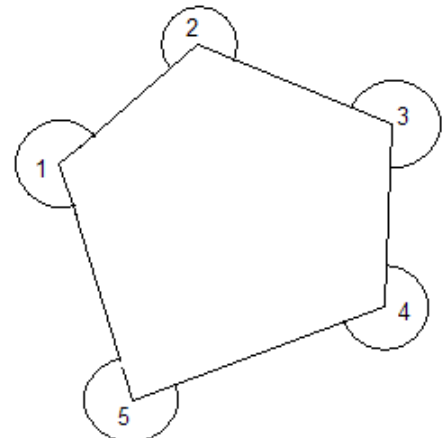


Figura 73: ângulos externos

- b) Calcule os ângulos internos conhecendo os ângulos externos e verifique o fechamento angular:

| Vértice | Ângulo externo       | $i = 360 - e$                                         |
|---------|----------------------|-------------------------------------------------------|
| 1       | $300^\circ 21' 34''$ | $i_1 = 360 - 300^\circ 21' 34'' = 59^\circ 38' 26''$  |
| 2       | $244^\circ 03' 12''$ | $i_2 = 360 - 244^\circ 03' 12'' = 115^\circ 56' 48''$ |
| 3       | $355^\circ 35' 11''$ | $i_3 = 360 - 355^\circ 35' 11'' = 4^\circ 24' 49''$   |

$$\sum i = 180 \cdot (n-2) = 180 \cdot (3-2) = 180 \cdot 1 \rightarrow \sum i = 180^\circ$$

$$\sum i = 180^\circ 00' 03'' \rightarrow \text{erro angular} = +3''$$

#### EXERCÍCIO

- 7) Calcule o fechamento dos ângulos internos do polígono abaixo:

| Vértice | Ângulo externo       |
|---------|----------------------|
| 1       | $270^\circ 03' 41''$ |
| 2       | $270^\circ 00' 58''$ |
| 3       | $269^\circ 54' 22''$ |
| 4       | $270^\circ 01' 04''$ |

### 5.1.6 Orientação

Em Ciências Geodésicas, a medida de direção consiste em determinar uma direção única, fixa e imutável, no terreno, capaz de ser reconstituída em qualquer época; a esta direção são referidas todas as medidas de um levantamento, com o objetivo de garantir a uniformidade na representação, isto é, garantir que os elementos nelas constantes ocupem posições relativas semelhantes, de forma que uma representação possa ser acoplada a outras, mesmo que executadas em épocas diferentes. Esta direção chamamos de orientação.

De forma geral pode-se orientar através de astros e estrelas. Por exemplo: sabendo-se que o sol nasce no leste pode-se posicionar o braço direito em direção ao sol nascente e assim se estará de frente para a direção norte, o braço esquerdo aberto estará apontando para a direção oeste (onde o sol se põe) e as costas a direção sul, vide figura abaixo.

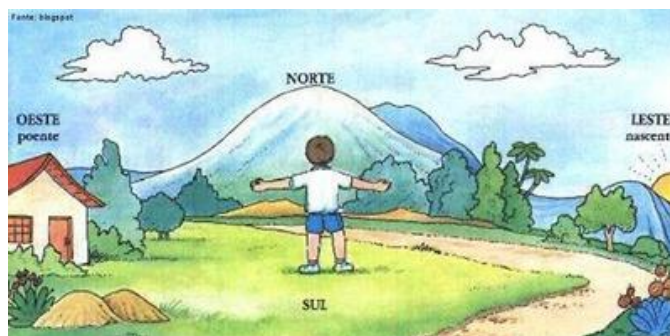


Figura 74: Orientação a partir do sol nascente – leste

Fonte: <http://www.geografia.seed.pr.gov.br/modules/galeria/detalhe.php?foto=1086&evento=1>

Outra forma de orientação é utilizando o relógio analógico (de ponteiros) ajustado na hora e a localização do sol. Primeiramente posiciona-se o relógio horizontalmente com a marca de 12 horas apontando para o sol. A bissetriz do menor ângulo formado entre o alinhamento da marca de 12 horas e o ponteiro de horas do relógio aponta para a direção norte ou para a direção sul (depende da sua posição no globo e estação do ano). A hora utilizada deve ser a do seu fuso horário, independente de ajustes por horário de verão ou oficiais.

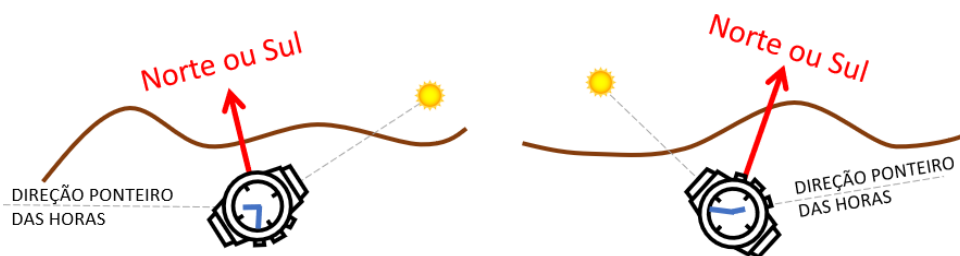


Figura 75: Orientação a partir do sol e relógio de ponteiro

A direção norte obtida por essas técnicas é aproximada e pode ser utilizada para orientação expedita. Nunca deve ser utilizada para levantamentos topográficos.

#### 5.1.6.1 Azimute

Chama-se azimute de um alinhamento, o ângulo formado a partir da direção Norte (magnético, verdadeiro, quadrícula ou arbitrário) no sentido horário até chegar no alinhamento. Ele varia de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , conforme pode ser observado na Figura 76.

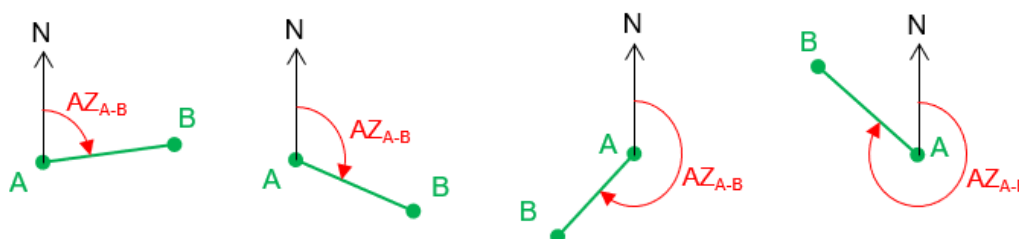


Figura 76: Azimutes variam de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  no sentido horário

#### 5.1.6.1.1 Norte verdadeiro

O Polo Norte Verdadeiro (ou Geográfico) é um ponto definido pelo cruzamento do eixo de rotação da terra com sua superfície no hemisfério norte (Figura 77). Portanto o Norte verdadeiro é uma direção que parte do ponto topográfico até o polo norte verdadeiro e que coincide com a direção dos meridianos.

O Azimute Verdadeiro (AZV) é o ângulo que tem como referência o Norte Verdadeiro (Figura 77). Ele é utilizado em Topografia para cálculos das coordenadas locais (X, Y). Podemos calcular o AZV a partir das coordenadas georreferenciadas dos pontos do alinhamento.

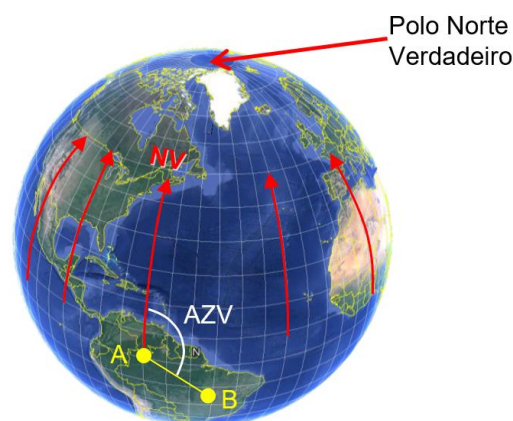


Figura 77: Azimute Verdadeiro

#### 5.1.6.1.2 Norte magnético

O Polo Norte Magnético é um ponto onde se concentra um enorme campo magnético (Figura 78). Não coincide com o Polo Norte Verdadeiro.

A direção do norte magnético é o alinhamento definido pelo ponto topográfico e o Polo Norte Magnético, indicada pelas agulhas das bússolas. A direção do azimuth magnético pode ser obtida com uma bússola ou mesmo com uma declinatória. A única forma de medir um azimuth magnético em campo é utilizando uma bússola. Estas medições com bússola servem apenas para uma orientação expedita em campo, pois facilmente temos interferências magnéticas que alteram a direção da bússola (relógio no pulso, redes elétricas, objetos metálicos, rochas com minerais metálicos, entre outros). A declinatória apenas indica a direção do norte, necessitando outro equipamento para a medição do azimuth. O Norte magnético não deve constar em documentos técnicos.

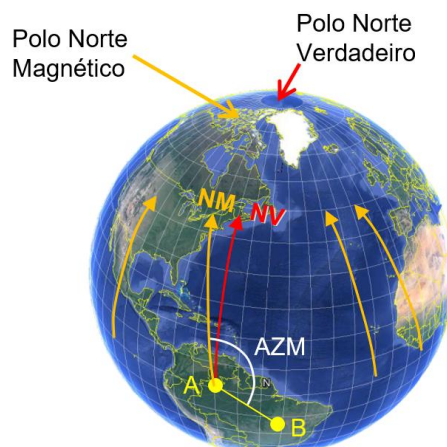


Figura 78: Azimute Magnético

Obs.: Devido à significativa variação da ordem de minutos de arco anualmente deste polo ao longo dos anos, torna-se necessário o registro em campo da data observada do azimuth.

#### 5.1.6.1.3 Norte de quadrícula

As direções norte-sul convergem para os polos, tanto no verdadeiro como no magnético. Na projeção UTM, por exemplo, estas direções são representadas paralelamente ao meridiano central do sistema (linha reta) que representa a direção norte-sul da quadrícula (Figura 79).

O azimuth de quadrícula é utilizado em Geodésia para o cálculo das coordenadas planas das projeções TM, assim como ele pode ser calculado a partir das coordenadas georreferenciadas dos pontos do alinhamento.

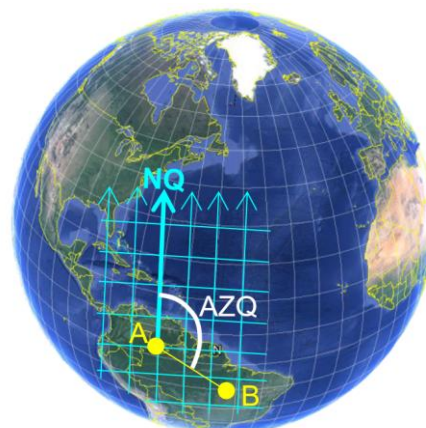


Figura 79: Azimute de Quadrícula

#### 5.1.6.1.4 Norte arbitrário

O norte arbitrário é uma direção definida em campo para facilitar uma orientação para um fim específico. Por exemplo, na Figura 80a o norte arbitrário foi definido como sendo a torre da igreja. Em alguns casos, principalmente em obras, o uso de norte arbitrário é bastante conveniente para melhor orientação em campo.

A direção definida como Norte Arbitrário a partir de um ponto inicial, passa a ser paralela em qualquer local dentro do sistema.

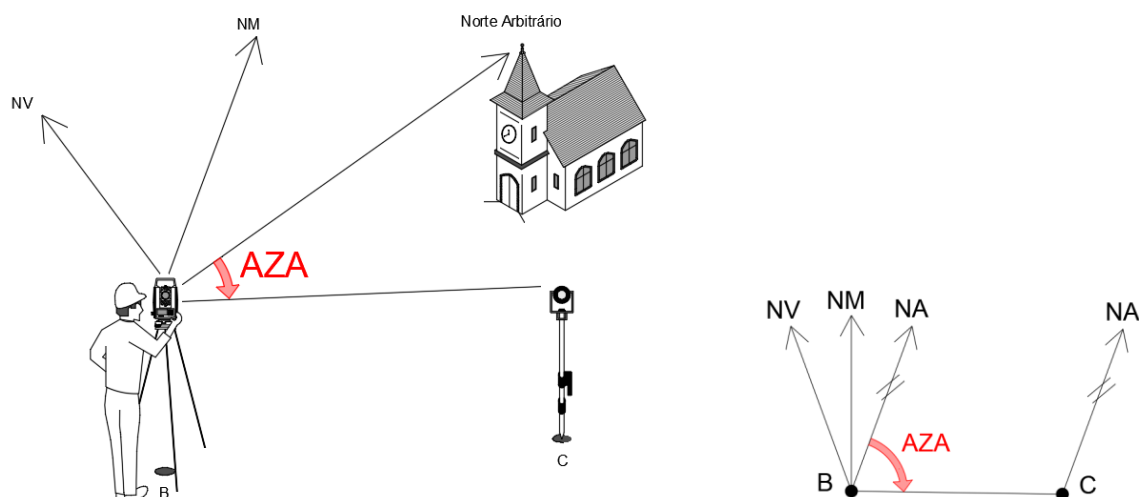
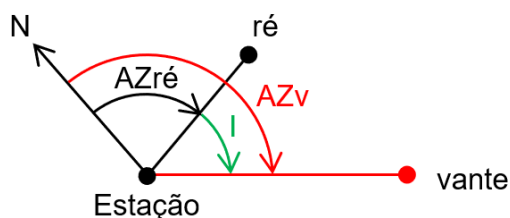


Figura 80: Azimute arbitrário

## 5.1.6.1.5 Cálculo irradiado-azimute

Para calcular o azimute a vante, basta somar o Azimute a ré com o ângulo irradiado (Figura 81).



$$AZv = AZré + I$$

Onde o AZv é o azimute à vante.

Se  $AZv > 360$ , então  $AZv = AZv - 360$

Figura 81: Cálculo do azimute a Vante

**EXEMPLOS**

Calcule os azimutes à vante com os dados abaixo

a)  $AZré = 136^\circ 22' 17''$   
 $I = 208^\circ 04' 56''$   
 $AZv = 136^\circ 22' 17'' + 208^\circ 04' 56''$   
 $AZv = 344^\circ 27' 13''$

b)  $AZ_{AB} = 348^\circ 35' 08''$   
 Estação: A  
 Ré  $\rightarrow L_B = 167^\circ 19' 44''$   
 Vante  $\rightarrow L_{45} = 309^\circ 30' 01''$   
 $I_{45} = 309^\circ 30' 01'' - 167^\circ 19' 44'' = 142^\circ 10' 17''$   
 $AZ_{A-45} = 348^\circ 35' 08'' + 142^\circ 10' 17'' = 490^\circ 45' 25''$   
 $AZ_{A-45} = 130^\circ 45' 25''$

**EXERCÍCIOS**

8) Calcule os azimutes a vante com os dados abaixo

- a) Identifique na Descrição de cada medição se é visada à ré ou à vante e calcule os azimutes dos pontos a partir do P1 conhecendo  $AZ_{P1-T14} = 56^\circ 43' 30''$

| Estação Ocupada | Ponto Visado | Ângulo Lido ( L )    | Descrição |
|-----------------|--------------|----------------------|-----------|
| P1              | T14          | $45^\circ 18' 33''$  |           |
|                 | 1            | $119^\circ 53' 02''$ |           |
|                 | 2            | $209^\circ 41' 18''$ |           |
|                 | 3            | $19^\circ 20' 21''$  |           |

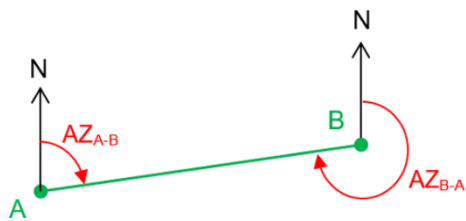
- b) Sabendo que  $AZ_{M1-M2} = 260^\circ 41' 59''$  calcule  $AZ_{M1-M3}$  e  $AZ_{M1-M4}$  do exercício 4a.

- c) Identifique na Descrição de cada medição se é visada à ré ou à vante e calcule os azimutes dos pontos medidos conhecendo  $AZ_{R7-R3} = 318^\circ 34' 03''$

| Estação Ocupada | Ponto Visado | Ângulo Lido ( L )    | Descrição |
|-----------------|--------------|----------------------|-----------|
| R7              | R4           | $0^\circ 52' 00''$   |           |
|                 | R3           | $304^\circ 33' 42''$ |           |
|                 | R2           | $90^\circ 14' 55''$  |           |
|                 | R1           | $199^\circ 00' 18''$ |           |

## 5.1.6.1.6 Contra-azimute

Contra azimute é o azimute no sentido contrário do alinhamento (Figura 82). Para calcular o contra-azimute, basta somar ou diminuir  $180^\circ$ .



$$AZ_{BA} = AZ_{AB} \pm 180$$

Condições para usar + ou - :

Se  $AZ_{AB} < 180$  , então  $AZ_{BA} = AZ_{AB} + 180$

Se  $AZ_{AB} \geq 180$  , então  $AZ_{BA} = AZ_{AB} - 180$

Figura 82: Cálculo do contra-azimute

**EXEMPLOS**

Calcule os Contra-azimutes dos alinhamentos

a)  $AZ_{A-B} = 34^\circ 18' 05''$

$$AZ_{B-A} = AZ_{A-B} + 180 = 34^\circ 18' 05'' + 180$$

$$AZ_{B-A} = 214^\circ 18' 05''$$

b)  $AZ_{M1-30} = 337^\circ 45' 52''$

$$AZ_{30-M1} = AZ_{M1-30} - 180 = 337^\circ 45' 52'' - 180$$

$$AZ_{30-M1} = 157^\circ 45' 52''$$

**EXERCÍCIOS**

9) Calcule os Contra-azimutes dos alinhamentos

a)  $AZ_{H-I} = 123^\circ 28' 04''$

b)  $AZ_{P4-P5} = 11^\circ 15' 24''$

c)  $AZ_{65-12} = 278^\circ 55' 11''$

d)  $AZ_{T-Z} = 327^\circ 41' 29''$

e)  $AZ_{J13-7} = 90^\circ 00' 00''$

f)  $AZ_{A-B} = 0^\circ 00' 00''$

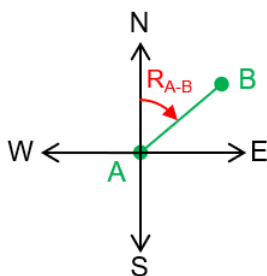
## 5.1.6.2 Rumo

## 5.1.6.2.1 Conceito

Rumo é o menor ângulo a partir do Norte ou do Sul, variando de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  no sentido horário ou anti-horário, até chegar no alinhamento (Figura 83). Na notação do rumo é obrigatória a indicação do quadrante (NE, SE, SW ou NW).

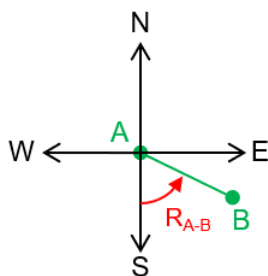
1º Quadrante – NE

Ex.:  $30^\circ 18' 57''$ NE



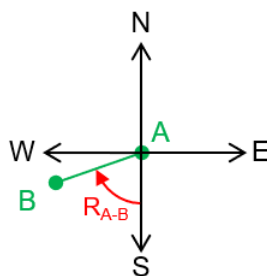
2º Quadrante – SE

Ex.:  $57^\circ 49' 03''$ SE



3º Quadrante – SW

Ex.:  $72^\circ 07' 22''$ SW



4º Quadrante – NW

Ex.:  $61^\circ 47' 15''$ NW

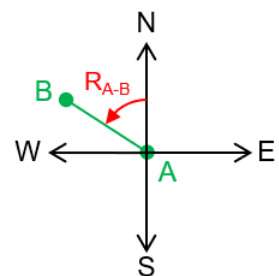


Figura 83: Rumos e seus quadrantes.

## 5.1.6.2.2 Cálculo rumo-azimute

1º Quadrante – NE

$$AZ = R$$

2º Quadrante – SE

$$AZ = 180 - R$$

3º Quadrante – SW

$$AZ = 180 + R$$

4º Quadrante – NW

$$AZ = 360 - R$$

**EXEMPLO**

Converter rumos em azimutes

|                                          |                                                                   |                                                                   |                                                                   |
|------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| a) R=30°18'57"NE<br>AZ=R<br>AZ=30°18'57" | b) R=57°49'03"SE<br>AZ=180-R<br>AZ=180-57°49'03"<br>AZ=122°10'57" | c) R=72°07'22"SW<br>AZ=180+R<br>AZ=180+72°07'22"<br>AZ=252°07'22" | d) R=61°47'15"NW<br>AZ=360-R<br>AZ=360-61°47'15"<br>AZ=298°12'45" |
|------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|

**EXERCÍCIOS**

10) Converter rumos em azimutes

|                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| a) R=30°18'57"NW | b) R=57°49'03"SW | c) R=72°07'22"NE | d) R=61°47'15"SE |
|------------------|------------------|------------------|------------------|

**5.2 GONIÔMETROS**

Goniômetros são instrumentos que medem ângulos sobre um plano (horizontal, vertical ou inclinado) chamado limbo. Entre eles estão instrumentos simples como o transferidor e complexos como uma estação total.

**5.2.1 Bússola**

Inventada pelos Chineses em 2000 a.C. e historicamente usada para navegação, a bússola possui um campo magnético que é levemente atraído pelo campo magnético da terra que chamamos de polo magnético. A partir desta direção, pode-se ler o ângulo em relação ao norte como o azimute ou o rumo.

**5.2.1.1 Tipos****5.2.1.1.1 Mecânica**

A bússola mecânica utiliza uma agulha imantada para apontar a direção do norte. Com um limbo graduado em graus, pode-se medir o azimute diretamente na direção requerida. O uso da bússola nivelada é fundamental para seu perfeito funcionamento, pois a agulha deve se mover livre sobre um eixo devidamente equilibrada ou flutuando num ambiente com água. Existem alguns tipos de bússola mecânica em função de sua finalidade (Figura 84).



Figura 84: Tipos de bússolas mecânicas

Fontes: (a) <http://www.brunton.com/>, (b) e (c) [www.silvacompass.com/](http://www.silvacompass.com/)**5.2.1.1.2 Digital**

A bússola digital não possui uma agulha imantada, mas o campo magnético é gerado por duas bobinas que medem a direção do campo magnético. Existem bússolas digitais que funcionam em 3 eixos permitindo que ela seja usada fora de nível o que é uma grande vantagem para uso em campo.

Existem vários modelos de bússolas digitais, inclusive integrado em outros dispositivos (Figura 85). Com o avanço dos smartphones, ela está disponível em diversos modelos (Figura 85d), sendo bem acessível hoje em dia. Também se pode encontrar a bússola magnética nos receptores GNSS de navegação (Figura

85c) e relógios de pulso (Figura 85b). Existem no mercado algumas mini-estações meteorológicas que além de bússola digital também possuem barômetro e termômetro (importantes para medir pressão atmosférica e temperatura para as medições de distância com estação total).

Bússola Digital (a)



Bússola no relógio (b)



Bússola no receptor GNSS (c)



Bússola no celular (d)



Figura 85: Tipos de bússolas digitais

Fontes: (a) [www.KeepShooting.com/](http://www.KeepShooting.com/), (b) [www.casio.com](http://www.casio.com), (c) [www.garmin.com](http://www.garmin.com) e (d) [www.apple.com](http://www.apple.com)

#### 5.2.1.2 Erros

As bússolas possuem precisão que varia de poucos graus ( $2^\circ$  a  $3^\circ$ ) até muitos graus ( $10^\circ$  a  $15^\circ$ ) dependendo do modelo. Além da precisão inerente ao equipamento, influências do campo magnético externo à bússola influenciam e muito a detecção do norte magnético. Elementos com composição metálica ou com energia (elétrica ou magnética) são potenciais causadores de interferências como: linhas de transmissão, veículos, relógios, celulares, marretas, rochas com composição metálica, etc.

Uma grande vantagem da bússola digital é que elas possuem calibração, permitindo identificar os campos magnéticos do ambiente e compensá-los. Por este motivo, sempre que necessitar usar uma bússola digital, é necessário calibrá-la. A calibração consiste em movimentá-la sobre seus eixos conforme orientação do fabricante.

Por este motivo, a bússola serve somente para orientação em campo de forma expedita, sem alcançar a precisão angular necessária aos levantamentos topográficos.

Para uma orientação mais precisa em relação ao norte, utilizaremos o georreferenciamento utilizando posicionamento por satélites (GNSS), assunto este que pode ser consultado no livro de Geodésia Aplicada, Conceitos de posicionamento por satélites disponíveis em <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura/livros-digitais/>.

#### 5.2.1.3 Medições em campo

As bússolas mecânicas possuem suas características operacionais e deve-se observar a forma de sua operação. Após estabilizar ela na horizontal, deve-se fazer a leitura do azimuth no limbo graduado.

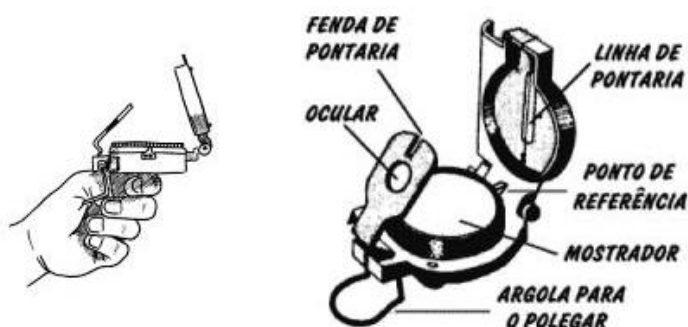


Figura 86: Partes da bússola de lentes

Fonte [www.ospirikas.com.br/](http://www.ospirikas.com.br/)



Figura 87: Visada no alvo com bússola de lentes

Fonte: [www.shftfblog.com](http://www.shftfblog.com)

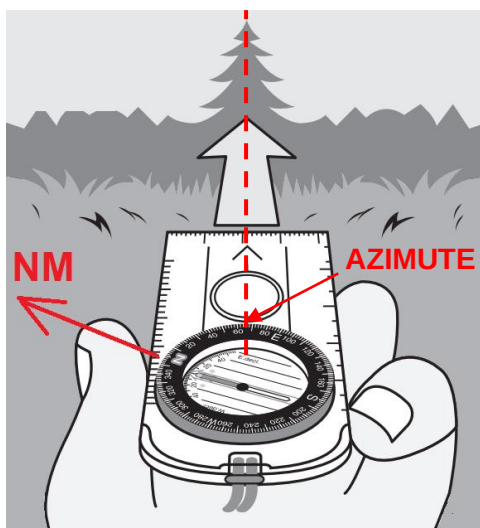


Figura 88: Uso da bússola de orientação simples

Fonte: adaptado de [www.silvacompass.com/](http://www.silvacompass.com/)

Figura 89: Uso da bússola de orientação com espelho

Fonte: <http://altamontanha.com/>

Já nas bússolas digitais, o procedimento é bem simples, bastando fazer a calibração no local que se quer fazer a medição, alinhar o eixo do dispositivo com o alinhamento requerido e fazer a leitura do azimute na tela (Figura 90).



Figura 90: Bússola Digital num smartphone

Para orientação de um levantamento topográfico, deve-se anotar o azimute de partida da 1ª ré e calcular os demais a partir dos ângulos irradiados.

### 5.2.2 Teodolito

Equipamento destinado para medição de ângulos horizontais (AH) e verticais (AV) através de limbos (Figura 91b). Possui uma luneta (eixo de visada) com conjunto de lentes para visualizar mais detalhes.

Atualmente os teodolitos não são mais utilizados pela baixa produtividade. Em pouquíssimos casos o uso do teodolito se justifica, como ocorre na topografia industrial. Porém, seu esquema básico é idêntico ao das estações totais.

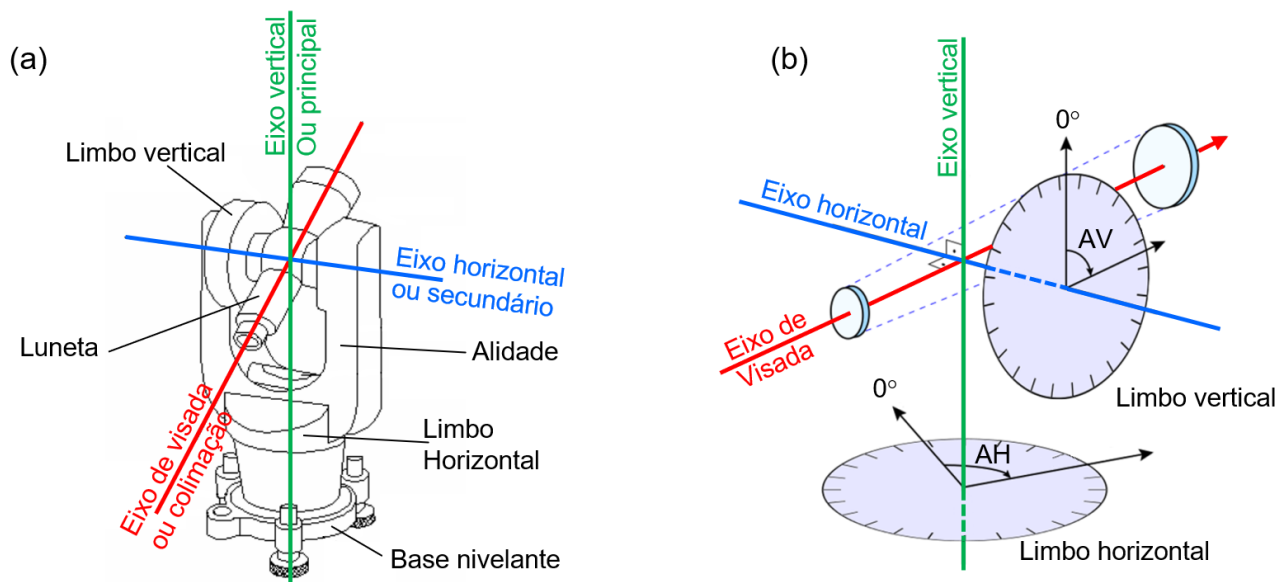


Figura 91: Esquema básico de um teodolito  
Fonte: adaptado de Fred the Oyster

Esquemáticamente os teodolitos são construídos entorno de três eixos característicos: Eixo Vertical ou Eixo Principal, Eixo Horizontal ou Eixo Secundário e Eixo de Visada ou Eixo Óptico (Figura 91a).

A principal parte do teodolito chama-se alidade, que é o corpo do equipamento propriamente dito que gira em torno do Eixo Vertical para fazer a medição dos ângulos horizontais. O Eixo Horizontal é o eixo em que a luneta gira para fazer a medição dos ângulos verticais. O Eixo de Visada é o eixo óptico da luneta.

(a) Teodolito Digital



(b) Teodolito Óptico Mecânico



Figura 92: Teodolito Digital e Teodolito Óptico Mecânico.  
Fonte: (a) <https://spectrageospatial.com> e (b) <https://leica-geosystems.com>

Independentemente do tipo os teodolitos são compostos basicamente de:

- Uma base nivelante com parafusos calantes e nível de bolha circular;
- Um limbo graduado para medição do ângulo horizontal;
- A alidade, que gira sobre o limbo horizontal e que contém o limbo vertical e o nível tubular;
- Uma luneta que contém o sistema de lentes;
- Parafusos de fixação dos movimentos e de chamada (ou ajuste fino).

Os teodolitos são classificados segundo a precisão nominal definida pelo fabricante seguindo a norma ISO 18723, conforme Tabela 7.

| Classe | Desvio-padrão            |
|--------|--------------------------|
| 1      | $\sigma \leq 2''$        |
| 2      | $2'' < \sigma \leq 5''$  |
| 3      | $5'' < \sigma \leq 10''$ |
| 4      | $\sigma > 10''$          |

Tabela 7: Classificação dos teodolitos segundo a NBR 13133/2021  
Fonte: ABNT NBR 13133/2021

### 5.2.3 Estação total

As estações totais são basicamente teodolitos com distanciômetros integrados, que permitem o registro eletrônico dos dados. Surgido na década de 80, se popularizou na década de 90 e hoje é o equipamento básico de topografia.

O sistema de medição angular é exatamente o mesmo dos teodolitos digitais, assim como seus componentes básicos também.

Como característica física, a luneta a diferencia dos teodolitos (Figura 93), onde dentro dela estão todos os componentes do distanciômetro (emissor e receptor do sinal).

Assim como os teodolitos, as estações totais também são classificadas segundo a precisão nominal definida pelo fabricante seguindo a norma ISO 18723, conforme Tabela 6 do item 4.3.3.5.



Figura 93: Diferença da luneta do teodolito  
(a) para a estação total (b)  
Fonte: www.topcon.com

#### 5.2.3.1 Erros

Nas operações de medição angular, desde a instalação do instrumento no vértice até a leitura do ângulo, uma série de erros pode ocorrer. Dentre as principais fontes que dão origem a erros, destacamos:

- a) Erros de Centragem: Centragem é a coincidência do eixo vertical do instrumento com o ponto topográfico. Quando a estação total não está centrada, os ângulos horizontais não estarão corretos. Para garantir a centragem é necessário que o prumo óptico e as bolhas (circular e tubular) estejam ajustados, e o procedimento de instalação esteja correto. Mesmo a baliza ou o bastão devem estar bem centrados no ponto, garantindo que eles representem o ponto topográfico elevado;
- b) Desnivelamento: O nivelamento da estação total é muito importante para que o limbo onde será medido o ângulo horizontal realmente esteja na horizontal. Portanto as bolhas circular e tubular devem estar ajustadas, garantido que o eixo vertical do instrumento realmente esteja na vertical. As estações totais possuem compensadores que devem estar ligados para que pequenos desnivelamentos, sejam compensados nos ângulos medidos;
- c) Imagem e retículo fora de foco: O ajuste da imagem ou ajuste de foco que tem por fim fazer a coincidência do plano do retículo e do plano da imagem do objeto visado com o plano focal comum à objetiva e à ocular. O ajuste do foco inicia-se pela focalização dos retículos e depois do objeto. Deve-se sempre checar se a luneta está bem focalizada, para evitar o problema denominado de paralaxe de observação;
- d) Paralaxe de observação: Dependendo da acuidade visual de cada observador, podemos ter o fenômeno de paralaxe. Para verificar se está ocorrendo este fenômeno deve-se mover a cabeça para cima e para baixo, para a direita e esquerda, sempre observando pela ocular. Quando destes movimentos, verificando-se que os fios do retículo se movem em relação a imagem, então existe uma paralaxe de observação e, neste caso, a pontaria dependerá da posição do observador. Para minimizar este efeito, recomenda-se observar o mais próximo da ocular possível e buscar fazer as visadas sempre nesta mesma posição;
- e) Erro de colimação: o erro de colimação é a falta de alinhamento do eixo de visada com o ponto visado;
- f) Falta de verticalidade da baliza/bastão: a falta de verticalidade da baliza ou do bastão, produz erros maiores quanto mais alto do ponto for feita a visada. Por este motivo, recomenda-se sempre fazer as visadas o mais próximo possível do ponto.
- g) Graduação variável do limbo: os limbos possuem uma determinada acurácia e sua graduação sofre variações que, apesar de aceitáveis, podem se acumular quando utilizamos sempre a mesma parte do limbo;
- h) Erro de índice: é o erro angular vertical resultante da falta de verticalidade do eixo vertical provocado pela falta de ajuste do nível tubular ou circular;
- i) Refração: a visada em ambientes com reverberação ou através de vidros, são expressamente proibidos. Estes ambientes possuem índice de refração muito diferentes da atmosfera, produzindo erros angulares que podem ser muito grandes;
- j) Registro errado dos dados: erros grosseiros podem ser evitados com maior atenção na leitura e na anotação. Com o registro eletrônico dos dados medidos, este erro foi eliminado.

### 5.2.3.2 Método de Leitura Posição Direta

A Leitura Direta consiste em fazer a leitura do ângulo lido diretamente nas direções, com a luneta na posição direta (luneta na posição em que o ângulo zenital está no intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ ), conforme ilustrado na Figura 94.

| ESTAÇÃO | PONTO VISADO | ÂNGULO HORIZONTAL    |
|---------|--------------|----------------------|
| A       | 1            | $30^\circ 15' 30''$  |
|         | 2            | $70^\circ 59' 20''$  |
|         | 3            | $113^\circ 11' 44''$ |

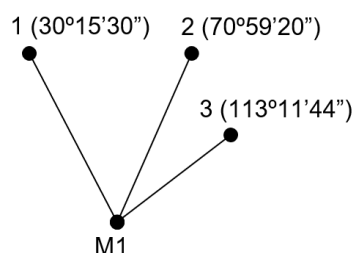


Figura 94: Exemplo de leitura na posição direta

Com os ângulos lidos em campo, calcula-se os ângulos irradiados.

Neste método os erros de graduação do limbo, imperícia do operador e colimação são assumidos integralmente nos ângulos sem nenhuma eliminação ou minimização.

### 5.2.3.3 Método de Leituras Conjugadas (PD e PI)

O método de leituras conjugadas visa medir o ângulo no lado oposto do limbo usando as duas posições possíveis da luneta: posição direta (PD) e posição inversa (PI). A PI é quando a luneta na posição em que o ângulo zenital está no intervalo de  $180^\circ$  a  $360^\circ$ . Observe em cada modelo de estação total a posição dos parafusos, teclado ou outros detalhes que identificam fisicamente a posição da luneta (Figura 95). Na Figura 95a temos uma estação total com display simples, que quando a luneta está na posição invertida, a ocular fica do lado que não tem display (Figura 95b). Já na estação total com display duplo tanto na posição direta como na inversa teremos o display, exigindo observar outros detalhes como os parafusos de chamada (Figuras 95c e 95d)



Figura 95: Luneta na posição direta (a e c) e na posição inversa (b e d)

Este método minimiza os erros de colimação, de índice e da graduação do limbo, assim como elimina o erro de centragem do eixo de visada com o eixo vertical.

A diferença angular entre PD e PI deveria ser  $180^\circ$  (Figura 96), mas devido à erros do instrumento e colimação, não será exatamente  $180^\circ$ . Estes erros serão minimizados fazendo uma média das leituras após transformar PI em PD. A fórmula para o cálculo do ângulo lido (L) é:

$$L = \frac{(PI \pm 180) + PD}{2}$$

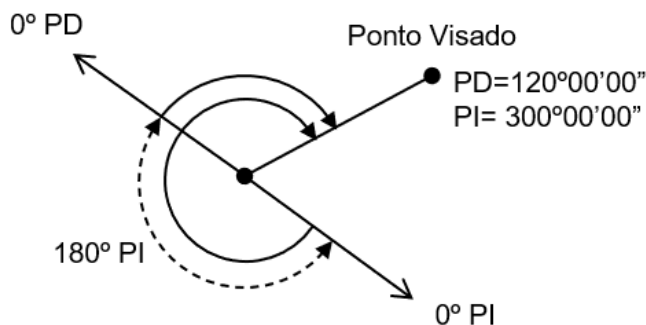


Figura 96: Leitura horizontal PD e PI

Se  $PI > PD$ , usa-se  $PI - 180$ , caso contrário usa-se  $PI + 180$

Como padrão na topografia, caso  $L > 360$ , diminui-se 360 e se  $L < 0$ , soma-se 360

O critério de aceitação das leituras, deve ser em função da diferença da PD e PI, sendo o valor dependente da finalidade do levantamento. Por exemplo, se um levantamento topográfico para levantamento de um imóvel admite o uso de uma estação total classe 2 ( $PN \leq 5''$ ) e no levantamento for utilizado uma estação total com  $PN = 2''$ , devo adotar o  $PN = 5''$  para a aceitação e rejeição das leituras. Mas para verificar se o equipamento está de acordo com o especificado pelo fabricante (independente da finalidade), devo utilizar  $PN = 2''$ .

Tendo os ângulos lidos, pode-se calcular os ângulos irradiados.

### EXEMPLO

Calcular o ângulo lido médio

$$\begin{aligned} \text{a) } PD &= 134^\circ 10' 17'' \\ PI &= 314^\circ 10' 28'' \\ L &= \frac{(314^\circ 10' 28'' - 180) + 134^\circ 10' 17''}{2} \\ L &= \frac{268^\circ 20' 45''}{2} = 134^\circ 10' 23'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } PD &= 263^\circ 45' 59'' \\ PI &= 83^\circ 46' 13'' \\ L &= \frac{(83^\circ 46' 13'' + 180) + 263^\circ 45' 59''}{2} \\ L &= \frac{527^\circ 32' 12''}{2} = 263^\circ 46' 06'' \end{aligned}$$

### EXERCÍCIO

11) Com as leituras conjugadas abaixo, calcular o ângulo lido médio.

$$\begin{aligned} \text{a) } PD &= 37^\circ 00' 47'' \\ PI &= 217^\circ 00' 53'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } PD &= 179^\circ 59' 55'' \\ PI &= 0^\circ 00' 09'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } PD &= 359^\circ 59' 52'' \\ PI &= 179^\circ 00' 02'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } PD &= 0^\circ 00' 00'' \\ PI &= 180^\circ 59' 57'' \end{aligned}$$

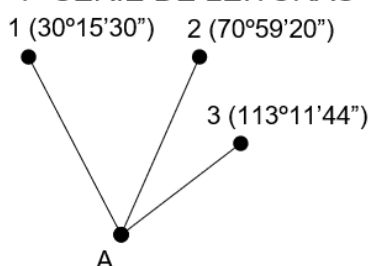
#### 5.2.3.4 Método de repetição

O método de repetição visa a minimização de erros de colimação.

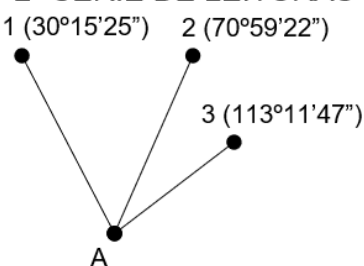
Consiste em repetir a medição angular na posição direta da luneta.

Cada sequência de leituras nos pontos, chamamos de “série de leituras”.

#### 1ª SÉRIE DE LEITURAS



#### 2ª SÉRIE DE LEITURAS



#### 3ª SÉRIE DE LEITURAS

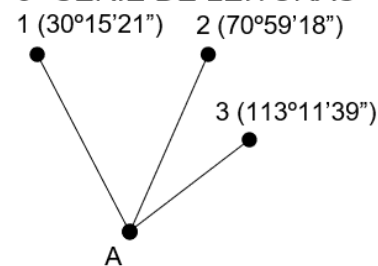


Figura 97: Método de repetição

Para cada série de leituras, poderemos definir quem será a visada à ré e calcular os ângulos irradiados. Tendo os ângulos irradiados de cada série, calcula-se o ângulo médio, desvio-padrão de uma observação e o desvio-padrão da média.

| ESTAÇÃO | PONTO VISADO | ÂNGULO HORIZONTAL |
|---------|--------------|-------------------|
| A       | 1            | 30°15'30''        |
|         | 2            | 70°59'20''        |
|         | 3            | 113°11'44''       |
|         | 1            | 30°15'25''        |
|         | 2            | 70°59'22''        |
|         | 3            | 113°11'47''       |
|         | 1            | 30°15'21''        |
|         | 2            | 70°59'18''        |
|         | 3            | 113°11'39''       |

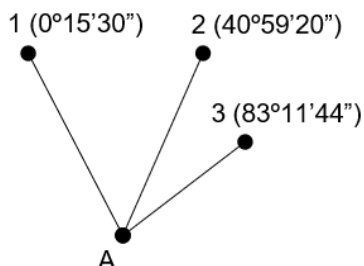
Figura 98: Exemplo de caderneta do método de repetição

### 5.2.3.5 Método de Reiteração

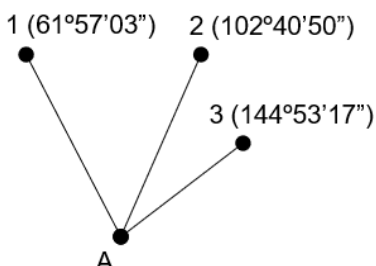
Consiste em medir o ângulo mais de uma vez (várias séries), em posições diferentes do limbo. O intervalo das leituras no limbo horizontal na direção inicial chama-se intervalo de reiteração.

Para observação de “n” séries de leituras, o intervalo de reiteração deve ser  $180^\circ/n$ . Como exemplo, se forem três séries de leituras, o intervalo de reiteração deve ser  $180^\circ/3 = 60^\circ$ , e a direção-origem deve ocupar no limbo horizontal do teodolito, posições nas proximidades de  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $120^\circ$ .

#### 1ª SÉRIE DE LEITURAS



#### 2ª SÉRIE DE LEITURAS



#### 3ª SÉRIE DE LEITURAS

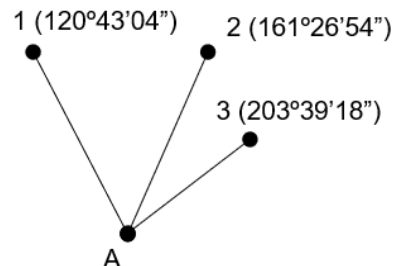


Figura 99: Método de reiteração

| ESTAÇÃO | PONTO VISADO | ÂNGULO HORIZONTAL |
|---------|--------------|-------------------|
| A       | 1            | 0°15'30"          |
|         | 2            | 40°59'20"         |
|         | 3            | 83°11'44"         |
|         | 1            | 61°57'03"         |
|         | 2            | 102°40'50"        |
|         | 3            | 144°53'17"        |
|         | 1            | 120°43'04"        |
|         | 2            | 161°26'54"        |
|         | 3            | 203°39'18"        |

Figura 100: Exemplo de caderneta do método de reiteração

Para que as leituras sejam feitas em diferentes posições do limbo, espaçadas pelo intervalo de reiteração, é necessário girar o limbo fisicamente. Nos equipamentos eletrônicos, isso só é possível soltando-o do tripé e cuidadosamente, girar sua base num ângulo próximo do intervalo de reiteração, pois o limbo está fixo em sua base.

Assim como no método de repetição, para cada série de leituras, poderemos definir quem será a visada à ré e calcular os ângulos irradiados. Tendo os ângulos irradiados de cada série, calcula-se o ângulo médio, desvio-padrão de uma observação e o desvio-padrão da média.

### 5.2.3.6 Método das direções

O método das direções consiste nas medições angulares horizontais com leituras conjugadas e reiteração, a partir de uma direção tomada como origem. É, na prática, a junção dos métodos de repetição, leituras conjugadas e reiteração.

| ESTAÇÃO | PONTO VISADO | ÂNGULO HORIZONTAL |
|---------|--------------|-------------------|
| A       | 1            | 0°15'30"          |
|         | 1            | 180°15'37"        |
|         | 2            | 40°59'20"         |
|         | 2            | 220°59'21"        |
|         | 3            | 83°11'44"         |
|         | 3            | 263°11'44"        |
|         | 1            | 61°57'03"         |
|         | 1            | 241°56'55"        |
|         | 2            | 102°40'50"        |
|         | 2            | 282°41'01"        |
|         | 3            | 144°53'17"        |
|         | 3            | 324°53'11"        |
|         | 1            | 120°43'04"        |
|         | 1            | 300°42'45"        |
|         | 2            | 161°26'54"        |
|         | 2            | 341°27'09"        |
|         | 3            | 203°39'18"        |
|         | 3            | 23°39'19"         |

Figura 101: Exemplo de caderneta do método das direções.

## 6 SISTEMAS DE UNIDADES DE SUPERFÍCIE

As medidas de área são derivadas das medidas lineares, expressando uma grandeza bidimensional. A unidade-base para medida de área é derivada do metro, sendo denominada metro quadrado.

Quando precisarmos ler ou escrever por extenso uma área que possui o seu valor fracionário, devemos indicá-la em décimos, ou centésimos, ou milésimos ou décimo de milésimo da sua unidade. Exemplo: 12380,97m<sup>2</sup> (doze mil, trezentos e oitenta metros quadrados e noventa e sete centésimos de metro quadrado). Alguns profissionais usam várias unidades (por exemplo, metros quadrados e centímetros quadrados), mas devemos evitar este uso para não gerar confusão.

### 6.1 UNIDADES MAIS COMUNS NO BRASIL

De acordo com a ABNT, a medida padrão utilizada em topografia, é o metro quadrado (m<sup>2</sup>) muito utilizado para lotes e imóveis urbanos. Os seus múltiplos mais usados no Brasil são o hectare (ha) pra imóveis rurais e o quilômetro quadrado (km<sup>2</sup>) para grandes áreas como município, estados e país. Em algumas regiões ainda se perdura o uso do alqueire em seus vários tamanhos, mas cada vez menos utilizado.

Para apresentação dos resultados, normalmente utilizamos a quantidade de casas decimais de acordo com a unidade:

m<sup>2</sup> → 2 casas (exemplo: 348,87m<sup>2</sup>)

ha → 4 casas (exemplo: 63,9031ha)

km<sup>2</sup> → 2 casas (exemplo: 27,56km<sup>2</sup>)

### 6.2 CONVERSÃO ENTRE AS UNIDADES

Apesar de que qualquer unidade métrica pode gerar uma unidade de área, no Brasil as mais utilizadas são o metro quadrado, hectare e quilômetro quadrado (Tabela 8).

| UNIDADES MAIS USADAS                   | EQUIVALÊNCIA                           |
|----------------------------------------|----------------------------------------|
| Hectare (ha)                           | 10000,00m <sup>2</sup>                 |
| Quilômetro quadrado (km <sup>2</sup> ) | 1000000,00m <sup>2</sup><br>100,0000ha |

Tabela 8: Unidades de superfície mais utilizadas no Brasil

É muito comum a confusão de unidade linear com unidade de superfície. A unidade de superfície é elevada ao expoente 2, ou seja, é a representação da multiplicação de duas unidades lineares. Portanto quando informamos que uma área possui  $1000\text{m}^2$ , isto não quer dizer que esta área é igual a  $1\text{km}^2$ , pois uma área de  $1\text{km}^2$  equivale a um quadrado de  $1\text{km}$  por  $1\text{km}$  e portanto possui  $1.000.000\text{m}^2$  ( $1.000\text{m} \times 1.000\text{m}$ ).

Por este motivo a escrita por extenso da área  $408,17\text{m}^2$  na forma “quatrocentos e oito metros quadrados e dezessete centímetros quadrados” está **COMPLETAMENTE ERRADA**. Se fossemos expressar os decimais do metro quadrado em centímetro quadrado ficaria assim:  $0,17\text{m}^2 = 1700\text{cm}^2$  o que pode gerar muita confusão. Por este motivo orienta-se que os números sejam expressados por extenso e ao final incluída a unidade de superfície. Desta forma a área  $408,17\text{m}^2$  pode ser escrita por extenso da seguinte forma: quatrocentos e oito vírgula dezessete metros quadrados. Já a área de  $633,1827\text{ha}$  pode ser expressada por extenso como seiscentos e trinta e três vírgula um mil e oitocentos e vinte e sete hectares.

## EXEMPLOS

Converter as unidades

$$\begin{aligned} \text{a) } 130876,34\text{m}^2 &\rightarrow \text{ha} \\ 10000\text{m}^2 &= 1\text{ha} \\ 130876,34\text{m}^2 &= X\text{ha} \\ X &= \frac{130876,34}{10000} \\ X &= 13,0876\text{ha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 8,5632\text{ha} &\rightarrow \text{m}^2 \\ 1\text{ha} &= 10000\text{m}^2 \\ 8,5632\text{ha} &= X\text{m}^2 \\ X &= 8,5632 \cdot 10000 \\ X &= 85632,00\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 435,12\text{km}^2 &\rightarrow \text{ha} \\ 1\text{km}^2 &= 100\text{ha} \\ 435,12\text{km}^2 &= X\text{ha} \\ X &= 435,12 \cdot 100 \\ X &= 43512,0000\text{ha} \end{aligned}$$

## EXERCÍCIOS

12) Escreva as áreas abaixo por extenso:

- $7218,23\text{m}^2$ : \_\_\_\_\_
- $218,2800\text{ha}$ : \_\_\_\_\_
- $13,73\text{km}^2$ : \_\_\_\_\_

13) Faça a conversão das unidades:

- $4,1973\text{ha} = \text{_____m}^2$
- $12,06\text{km}^2 = \text{_____m}^2$
- $734228,12\text{m}^2 = \text{_____ha}$
- $4307299,00\text{m}^2 = \text{_____km}^2$
- $1,75\text{km}^2 = \text{_____ha}$

## 6.3 TABELA DE OUTRAS UNIDADES DE SUPERFÍCIE

Historicamente antes da definição do Sistema Internacional de medidas, haviam outras unidades de superfície para expressar a área dos imóveis que eram utilizadas em função da região do país. A tabela 9 apresenta a relação com o  $\text{m}^2$ , permitindo a transformação de acordo com documentos antigos.

| UNIDADE DE SUPERFÍCIE          | SISTEMA MÉTRICO        |
|--------------------------------|------------------------|
| palmo quadrado                 | $0,0484\text{m}^2$     |
| vara quadrada                  | $1,21\text{m}^2$       |
| braça quadrada                 | $4,84\text{m}^2$       |
| corda quadrada                 | $1089,00\text{m}^2$    |
| quadra quadrada                | $17424,00\text{m}^2$   |
| saco quadrado                  | $48400,00\text{m}^2$   |
| quarta quadrada                | $6050,00\text{m}^2$    |
| jeira                          | $1936,00\text{m}^2$    |
| alqueire menor ou paulista     | $24200,00\text{m}^2$   |
| alqueire geométrico ou mineiro | $48400,00\text{m}^2$   |
| alqueirão do NE mineiro        | $193600,00\text{m}^2$  |
| alqueire de planta             | $30250,00\text{m}^2$   |
| data de campo                  | $2722500,00\text{m}^2$ |

| UNIDADE DE SUPERFÍCIE | SISTEMA MÉTRICO           |
|-----------------------|---------------------------|
| data de mato          | 5445000,00m <sup>2</sup>  |
| sesmaria de mato      | 10890,00m <sup>2</sup>    |
| sesmaria de campo     | 130680,00m <sup>2</sup>   |
| quadra de sesmaria    | 871200,00m <sup>2</sup>   |
| légua de sesmaria     | 43560,00m <sup>2</sup>    |
| légua geográfica      | 30864000,00m <sup>2</sup> |
| milha quadrada        | 3429350,00m <sup>2</sup>  |
| morgo ou morgen       | 2500,00m <sup>2</sup>     |

Tabela 9: Unidades de superfície em desuso

## 7 COORDENADAS NO PLANO TOPOGRÁFICO

Plano topográfico local é um plano normal à vertical do lugar no ponto da superfície terrestre considerado como origem do levantamento, sendo seu referencial altimétrico referido ao datum vertical brasileiro.

O plano de projeção tem a sua dimensão máxima limitada a 80 km, a partir da origem, de maneira que o erro relativo, decorrente da desconsideração da curvatura terrestre, não ultrapasse 1/35000 nesta dimensão e 1/15000 nas imediações da extremidade desta dimensão.

A localização planimétrica dos pontos, medidos no terreno e projetados no plano de projeção, se dá por intermédio de um sistema de coordenadas cartesianas, cuja origem coincide com a do levantamento topográfico.

O eixo das ordenadas é a referência azimutal, que, dependendo das peculiaridades do levantamento, pode estar orientado para o norte geográfico (figura 102), para o norte magnético ou para uma direção notável do terreno, julgada importante.

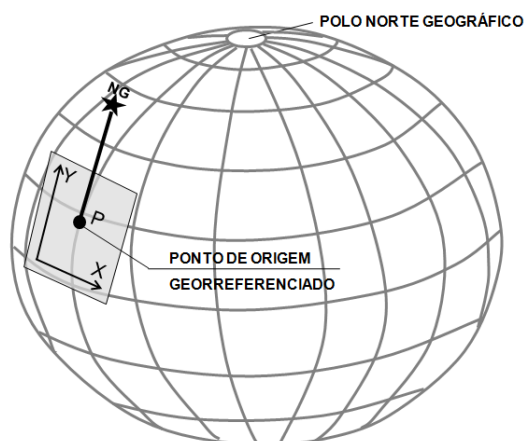


Figura 102: plano topográfico orientado ao norte geográfico

### 7.1 PONTOS TOPOGRÁFICOS

Para que possamos projetar os pontos do levantamento num plano topográfico, muitas vezes são necessários materializar pontos topográficos em campo que podemos classificá-los em:

- **Pontos de apoio:** são os pontos que serão ocupados com os instrumentos ou usados como visadas à ré. É a partir deles que iremos medir os pontos de detalhes do levantamento topográfico. Sua posição em campo é estratégica pois deve se perpetuar ao máximo para que a finalidade do levantamento seja atendida.
- **Pontos de detalhe:** São os pontos relevantes para atender a finalidade do levantamento topográfico. Muitas vezes os pontos de detalhe são elementos existentes em campo (muro, cerca, árvore, poste, etc) mas em algumas situações eles não existem em campo e pode ser necessário materializá-los (vértice de imóveis de um loteamento, por exemplo).

### 7.1.1 Materialização dos Pontos

A materialização dos pontos topográficos deve atender a finalidade quanto à durabilidade, pois eles devem durar o máximo de tempo, sendo no mínimo o período da finalidade do levantamento.

#### 7.1.1.1 Piquete

Usado para materializações temporárias, ele é confeccionado em madeira dura com altura de 15 a 30cm e seção quadrada de 3 a 5cm (Figura 103). Deve ser cravado no solo e ficar exposto apenas 3 a 5cm. No seu centro, deve estar marcado o ponto topográfico com um prego (recomendado) ou furo. A pintura do piquete faz com que aumente a durabilidade dele em campo.



Figura 103: Piquete de madeira  
Fonte: <http://equipedeobra.pini.com.br/>

#### 7.1.1.2 Estaca

Usada para materializações temporárias de pontos de detalhe ou para sinalizar o piquete (estaca testemunha), ela é confeccionado em madeira dura com altura de 40 a 100cm e seção retangular próxima de 3x5cm (Figura 104). Deve ser cravada no solo e ficar exposto o máximo de altura.

Quando usada para sinalizar piquetes, deve estar dele à no máximo 50cm e ela deve ser cravada na direção dele.



Figura 104: Estaca para identificar o piquete  
Fonte: <http://equipedeobra.pini.com.br/>

#### 7.1.1.3 Marco de concreto

Materialização bem resistente às intempéries e muito usado hoje em dia. Sugere-se o traço 1:3:4:0,5 (cimento:areia:brita:água), sem ferragem, no formato tronco de pirâmide para dificultar o arrancamento (Figura 105). O Incra sugere as dimensões 8x12x60cm, que é bem esbelto e facilita o transporte. Mesmo assim, uma peça desta pesa mais de 15kg.

Sobre ele deve estar marcado o ponto topográfico através de chapa, parafuso ou pino.

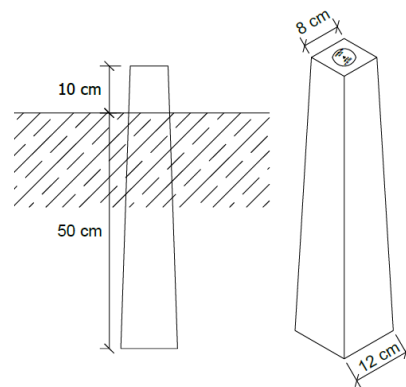


Figura 105: Marco de Concreto  
Fonte: Manual Técnico de limites e Confrontações (INCRA, 2013)

#### 7.1.1.4 Marco de pedra

Em desuso atualmente pelo alto custo, mas de alta resistência às intempéries, são pedras cortadas com faces irregulares não polidas para gerar atrito com o solo.



Figura 106: Marco de pedra

Fonte: <https://www.wagner-weinke.de/?showdata-543&Instanz=753&Datensatz=1&=SpecialTop=1>

#### 7.1.1.5 Marco metálico

Haste metálica galvanizada. O Incra sugere o diâmetro de 50mm e altura de 90cm. Deve ter algum sistema que dificulte o arrancamento.

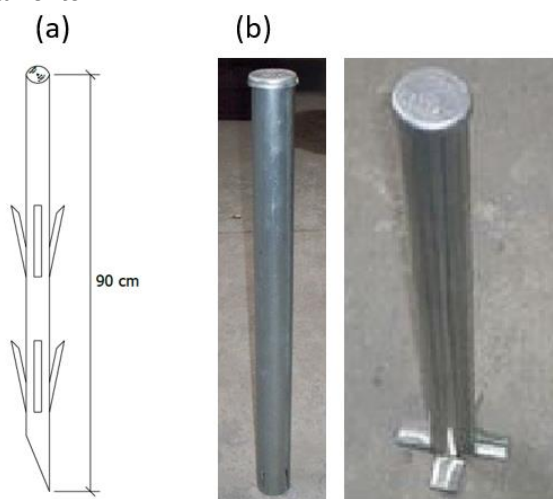


Figura 107: Marco metálico

Fonte: (a) Manual Técnico de limites e Confrontações (INCRA, 2013)

#### 7.1.1.6 Marco sintético

Material ou resina sintéticos (plástico ou epoxy). Tem como vantagem a possibilidade de moldá-lo de forma a facilitar a fixação no solo (Figura 108), o baixo peso para transporte e a durabilidade que pode atingir facilmente 300 anos. A desvantagem está na baixa resistência ao fogo (não recomendado para áreas agricultáveis).



Figura 108: Marcos sintéticos

#### 7.1.1.7 Pino ou parafuso

Elementos usados para cravar em juntas de calçadas e pisos ou em trincas do concreto. Devem ser em material resistente às intempéries como aço galvanizado ou inoxidável (Figura 109). Pregos de maior porte podem ser cravados diretamente no solo com alguma sinalização.



Figura 109: Pinos e parafusos

#### 7.1.1.8 Pintura

Pintura com tinta tipo esmalte sintético diretamente sobre superfície rígida, como calçadas, pisos, rochas e marcos de concreto.

#### 7.1.1.9 Chapa

Chapa de liga metálica não oxidante (alumínio, bronze, aço inoxidável, latão, etc) que identifica o ponto (Figura 110). Usada para fixação sobre elementos rígidos como marcos, calçada e rocha. Pode ser fixada com parafuso, chumbada no concreto ou ainda colada com cola epoxy ou PU.



Figura 110: chapa colada (a), concretada no marco (b) ou para parafusar em piso.

Fonte: (a) <https://www.riodasstras.rj.gov.br/rio-das-ostras-recebe-equipe-do-ibge/>

Nas chapas fundidas em alumínio ou cobre, é possível marcar o nome do ponto com punção usando letras e números (Figura 111).



Figura 111: Marcadores para puncionar o nome do ponto

Fonte: <http://www.janzen.com.br/>

#### 7.1.1.10 Corte em cruz

Marcação realizada com ferramenta policorte para deixar uma cruz em baixo relevo em pedra e concreto (Figura 112a). O ponto topográfico é o centro da cruz (Figura 112b).



Figura 112: marcação com corte em cruz

#### 7.1.1.11 Furo

Marcação realizada com broca e martelo (furadeira de alto impacto) para deixar um furo em pedra e concreto (Figura 113a). O ponto topográfico é o centro do furo (Figura 113b).

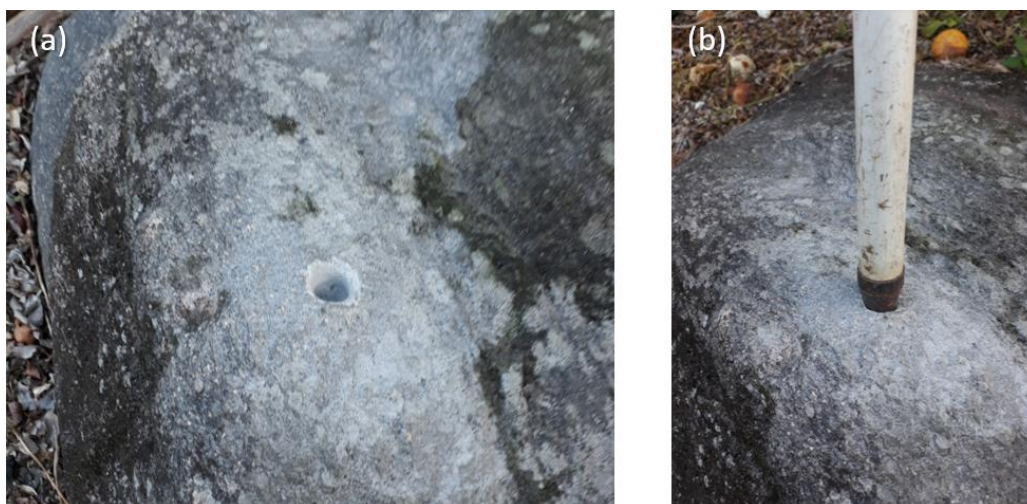


Figura 113: marcação com furo

### 7.1.2 Documentação

A documentação dos pontos topográficos é feita através da monografia, registrando informações importantes como: nome do ponto, endereço, como está materializado, amarração com distâncias em relação à elementos próximos, coordenadas, precisões, fotografia, croqui, entre outras informações pertinentes. Nas Figuras 114 e 115 temos exemplos de monografias.

| MONOGRAFIA DE VÉRTICES                                                                                                                                                                           |                  |                     |                                                                                      |         |         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|
| Vértice: V xxxx / M xxxx                                                                                                                                                                         | Vértice visado:  | Projeto/Ano:        |                                                                                      |         |         |
| Estado:                                                                                                                                                                                          | Município:       | Local:              |                                                                                      |         |         |
| Origem planimétrica:                                                                                                                                                                             |                  | Origem altimétrica: |                                                                                      |         |         |
| COORDENADAS                                                                                                                                                                                      |                  |                     |                                                                                      |         |         |
| SIRGAS2000 (Época 2000,4)                                                                                                                                                                        |                  |                     | SAD-69 2005                                                                          |         |         |
| Latitude (S):                                                                                                                                                                                    | Longitude (W):   | Latitude(S):        | Longitude (W):                                                                       |         |         |
| UTM (N):                                                                                                                                                                                         | UTM (E):         | UTM (N):            | UTM (E):                                                                             |         |         |
| Alt. Elip.(h):                                                                                                                                                                                   | Alt. Ort.(H)     | Alt. Elip.(h):      | Alt. Ort.(H)                                                                         |         |         |
| MC:                                                                                                                                                                                              | Fuso:            | MC:                 | Fuso:                                                                                |         |         |
| COORDENADAS DO PLANO TOPOGRÁFICO LOCAL                                                                                                                                                           |                  |                     |                                                                                      |         |         |
| Origem do plano:                                                                                                                                                                                 | $\phi =$         | $\lambda =$         | $X_0 =$                                                                              | $Y_0 =$ | $H_1 =$ |
| Referencial:                                                                                                                                                                                     | X:               | Y:                  | Altitude ortométrica (H):                                                            |         |         |
| DESVIO PADRÃO MÉDIO APÓS AJUSTAMENTO                                                                                                                                                             |                  |                     |                                                                                      |         |         |
| $\sigma$ Lat. =                                                                                                                                                                                  | $\sigma$ Long. = | $\sigma$ Alt. =     |                                                                                      |         |         |
| Descrição:<br>Chapa de alumínio com as seguintes inscrições: [CONTRATANTE]; [NOME OU NÚMERO DO PONTO]; PROTEGIDO POR LEI; NÃO DESTRUIR.                                                          |                  |                     |                                                                                      |         |         |
| Itinerário: (EXEMPLO)<br>O M03 ALPHA=RN está localizado na calçada da Avenida Tenente Marques, 1747, em frente à Delegacia de Polícia Civil, ao lado de um telefone público, no bairro Polvílio. |                  |                     |                                                                                      |         |         |
| IMAGEM PANORÂMICA:                                                                                                                                                                               |                  |                     | FOTO DO LOCAL:                                                                       |         |         |
|                                                                                                               |                  |                     |  |         |         |

Figura 114: Exemplo de monografia conforme NBR 13133/2021



## Monografia de vértice de Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM)

### IDENTIFICAÇÃO DO VÉRTICE

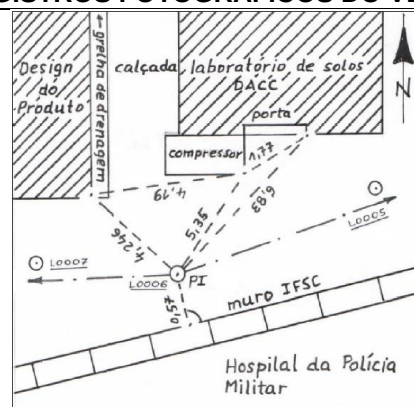
|                                                            |
|------------------------------------------------------------|
| <b>Município / UF:</b> Florianópolis / SC                  |
| <b>Bairro:</b> Centro                                      |
| <b>Endereço:</b> Avenida Mauro Ramos, 950                  |
| <b>Responsável Técnico:</b> Téc. Fulano de Tal             |
| <b>Identificação do Vértice:</b> L0002                     |
| <b>Tipo de Materialização:</b> Pino                        |
| <b>Método de Determinação:</b> Irradiação                  |
|                                                            |
| <b>Vértices de Referência do Ajustamento:</b> P0018, S0007 |
| <b>Observações Gerais:</b>                                 |
|                                                            |

### COORDENADAS GEODÉSICAS, ALTIMÉTRICAS E PLANO-RETANGULARES DO VÉRTICE

|                                                                 |                                       |                                 |
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|
| <b>Sistema Geodésico de Referência:</b> SIRGAS 2000             |                                       |                                 |
| <b>Datum Altimétrico:</b> Imbituba / SC                         |                                       |                                 |
| <b>Sistema de Coordenadas Plano-Retangular:</b> UTM (FUSO 22 S) |                                       |                                 |
| <b>Coordenadas Geodésicas</b>                                   | <b>Coordenadas Retangulares (UTM)</b> | <b>Coordenadas Locais (PTL)</b> |
| $\phi$ : 27° 18' 35,08272"S $\pm$ 0,006m                        | N: 6.934.811,0921                     | X: 50.610,3208                  |
| $\lambda$ : 48° 07'22,96001"W $\pm$ 0,011m                      | E: 743.092,6322                       | Y: 10.708,6332                  |
| <b>Altitude Elipsoidal</b>                                      | <b>Altitude Ortométrica</b>           | <b>Altitude Arbitrária</b>      |
| h: 12,434 $\pm$ 0,032                                           | H: 12,973 $\pm$ 0,085                 | Z:                              |

|                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Descrição do Vértice (Itinerário):</b> ao lado do bloco H, em frente ao compressor, próximo ao compressor |
|                                                                                                              |

### MAPA DE SITUAÇÃO, CROQUI DE DETALHES E REGISTROS FOTOGRÁFICOS DO VÉRTICE

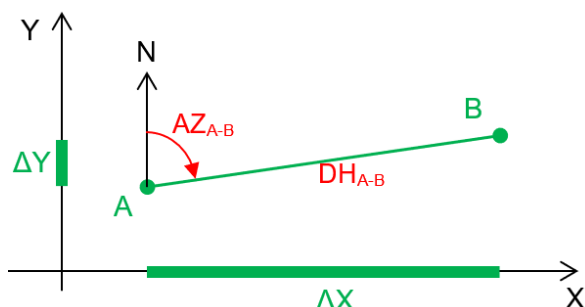


|                                  |                                   |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| Data do Levantamento: 11/07/2018 | Data do Processamento: 05/09/2018 |
|----------------------------------|-----------------------------------|

Figura 115: Exemplo de monografia

## 7.2 CÁLCULO DE COORDENADAS RETANGULARES

Para o cálculo das coordenadas retangulares de um ponto B ( $X_B$ ,  $Y_B$ ), é necessário que você tenha as coordenadas de um ponto conhecido ( $X_A$ ,  $Y_A$ ), o azimuth do alinhamento de AB ( $AZ_{AB}$ ) e a distância horizontal AB ( $DH_{AB}$ ). A Relação trigonométrica pode ser observada na Figura 116.



$$\Delta X_{AB} = \text{sen} AZ_{AB} \cdot DH_{AB}$$

$$X_B = X_A + \Delta X_{AB}$$

$$\Delta Y_{AB} = \text{cos} AZ_{AB} \cdot DH_{AB}$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB}$$

Figura 116: Relação trigonométrica entre azimuth, distância,  $\Delta X$  e  $\Delta Y$

### EXEMPLO

Calcule as coordenadas do ponto B:

$$X_A = 1000,0000 \quad Y_A = 2000,0000 \quad AZ_{AB} = 139^\circ 12' 46'' \quad DH_{AB} = 86,039$$

$$\Delta X_{AB} = \text{sen} 139^\circ 12' 46'' \cdot 86,039 = 56,2051 \rightarrow X_B = 1000,0000 + 56,2051 \rightarrow X_B = 1056,2051$$

$$\Delta Y_{AB} = \text{cos} 139^\circ 12' 46'' \cdot 86,039 = -65,1436 \rightarrow Y_B = 2000,0000 + (-65,1436) \rightarrow Y_B = 1934,8564$$

Utilizando uma calculadora científica, também é possível transformar de polar para retangular. A título de exemplo, demonstramos os passos para calcular utilizando uma calculadora Casio fx-82MS.

- 1º use a função **REC**(, ou seja, tecla **SHIFT POL**(
- 2º digite a distância
- 3º tecla , (vírgula)
- 4º digite o azimuth (sempre informando ° ' ")
- 5º tecla =
- 6º o resultado mostrado é o  $\Delta Y$ , neste momento você já pode somar com o Y do ponto inicial
- 7º tecla **F** (ALPHA tan) =
- 8º o resultado mostrado é o  $\Delta X$  e você pode somar com o X do ponto inicial.

Veja a sequência de teclas:



### EXERCÍCIO

14) Calcule as coordenadas:

a) Do ponto C usando  $AZ_{AC} = 318^\circ 03' 29''$  e  $DH_{AC} = 19,919$  e os dados do exemplo anterior.

b) Do ponto D usando  $AZ_{BD} = 241^\circ 00' 30''$  e  $DH_{BD} = 51,644$  e os dados do exemplo anterior.

c) Do ponto 11 sabendo que as coordenadas do ponto A1 são  $X = 5000,0000$   $Y = 3000,0000$ ,  $AZ_{A1-11} = 85^\circ 45' 20''$  e  $DH_{A1-11} = 125,340$

## 7.3 CÁLCULO DE AZIMUTE E DISTÂNCIA ENTRE PONTOS

Sendo conhecida as coordenadas retangulares de dois pontos, é possível calcular o azimuth e distância entre eles.

$$\Delta X_{AB} = X_B - X_A \quad \Delta Y_{AB} = Y_B - Y_A \quad DH_{AB} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

$$AZ_{AB} = \text{acos} \left( \frac{\Delta Y_{AB}}{DH_{AB}} \right) \quad \text{Se } \Delta X_{AB} < 0, \text{ fazer } AZ = 360 - AZ$$

**EXEMPLO**

Calcular o azimute e distância do ponto M1 para M2.

| PONTO | X        | Y         |
|-------|----------|-----------|
| M1    | 654,0276 | 5926,0731 |
| M2    | 582,0411 | 5699,3482 |

$$\Delta X_{M1-M2} = 582,0411 - 654,0276 = -71,9865$$

$$\Delta Y_{M1-M2} = 5699,3482 - 5926,0731 = -226,7249$$

$$DH_{M1-M2} = \sqrt{(-71,9865)^2 + (-226,7249)^2} = DH_{M1-M2} = 237,879$$

$$AZ_{M1-M2} = \arccos\left(\frac{-226,7249}{237,879}\right) = 162^\circ 23' 05''$$

Como  $\Delta X_{M1-M2} < 0$ , então  $AZ_{M1-M2} = 360 - 162^\circ 23' 05'' \rightarrow AZ_{M1-M2} = 197^\circ 36' 54''$

Utilizando uma calculadora científica, também é possível transformar de retangular para polar. A título de exemplo, demonstramos os passos para calcular utilizando uma calculadora Casio fx-82MS.

1º) use a função **POL(**

2º) digite  $Y_B - Y_A$

3º) tecla , (vírgula)

4º) digite  $X_B - X_A$

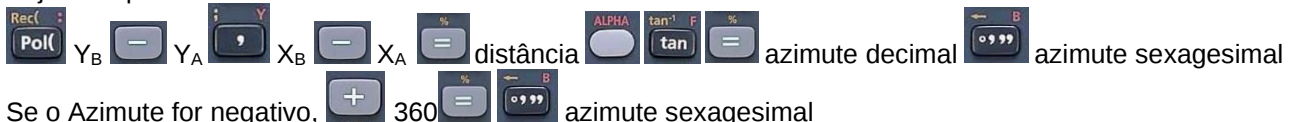
5º) tecla =

6º) o resultado mostrado é a distância

7º) tecla F (ALPHA tan) =

8º) o resultado mostrado é o azimute. Se ele estiver negativo, some 360. Para ver em sexagésima, basta teclar ° ' "

Veja a sequência de teclas:



Se o Azimute for negativo,  $+ 360 =$  azimute sexagesimal

**EXERCÍCIO**

15) Calcular os azimutes e distâncias dos alinhamentos

a) P1-P2

| PONTO | X          | Y          |
|-------|------------|------------|
| P1    | 23862,0923 | 83021,3822 |
| P2    | 24111,3561 | 82899,1021 |

b) R-J

| PONTO | X          | Y         |
|-------|------------|-----------|
| R     | 14052,0331 | 7902,2298 |
| J     | 14382,9812 | 8032,1177 |

c) M34-M45

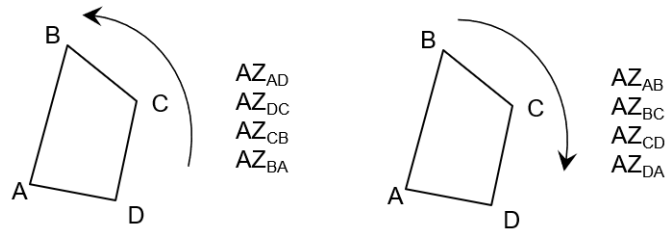
| PONTO | X          | Y          |
|-------|------------|------------|
| M34   | 76650,7206 | 36711,3318 |
| M45   | 76603,7687 | 36649,9101 |

d)

| PONTO | X           | Y          |
|-------|-------------|------------|
| 2     | 136366,3148 | 89947,1076 |
| 6     | 135975,3912 | 90146,1328 |

## 7.4 CÁLCULO DE ÂNGULOS INTERNOS

Para Calcular os ângulos internos de um polígono, é necessário que todos os azimutes sejam calculados num mesmo sentido em relação ao polígono: horário ou anti-horário. Você pode escolher o sentido, mas mantenha sempre o mesmo sentido.



Para calcular o ângulo interno de um vértice é necessário ter o azimuth anterior ( $AZ_{ANT}$ ) e o azimuth posterior ( $AZ_{POS}$ ) ao vértice.

SENTIDO HORÁRIO  $i = AZ_{ANT} \pm 180 - AZ_{POS}$

SENTIDO ANTI-HORÁRIO  $i = AZ_{POS} - AZ_{ANT} \pm 180$

CONDIÇÕES:

Se  $AZ_{ANT} < 180$ , usa-se  $+180$ . Se  $AZ_{ANT} \geq 180$ , USA-SE  $-180$

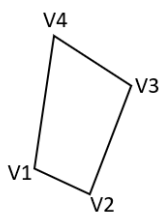
Se  $i < 0$ , soma-se 360. Se  $i > 360$ , diminui-se 360

### EXEMPLO

Calcule os ângulos internos do polígono a seguir.

| VÉRTICE | X         | Y        |                                   |
|---------|-----------|----------|-----------------------------------|
| V1      | 1202,6520 | 340,2531 | $AZ_{V1-V2} = 115^\circ 30' 10''$ |
| V2      | 1220,1822 | 331,8906 | $AZ_{V2-V3} = 21^\circ 17' 12''$  |
| V3      | 1234,0346 | 367,4449 | $AZ_{V3-V4} = 302^\circ 12' 02''$ |
| V4      | 1208,4502 | 383,5566 | $AZ_{V4-V1} = 187^\circ 37' 35''$ |

Sentido anti-horário  $\rightarrow i = AZ_{POS} - AZ_{ANT} \pm 180$

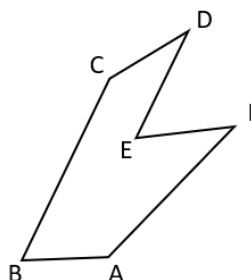


$$\begin{aligned} i_{V1} &= AZ_{V1-V2} - AZ_{V4-V1} \pm 180 = 115^\circ 30' 10'' - 187^\circ 37' 35'' - 180 = -257^\circ 07' 25'' + 360 = 107^\circ 52' 35'' \\ i_{V2} &= AZ_{V2-V3} - AZ_{V1-V2} \pm 180 = 21^\circ 17' 12'' - 115^\circ 30' 10'' + 180 = 85^\circ 47' 02'' \\ i_{V3} &= AZ_{V3-V4} - AZ_{V2-V3} \pm 180 = 302^\circ 12' 02'' - 21^\circ 17' 12'' + 180 = 460^\circ 54' 50'' - 360 = 100^\circ 54' 50'' \\ i_{V4} &= AZ_{V4-V1} - AZ_{V3-V4} \pm 180 = 187^\circ 37' 35'' - 302^\circ 12' 02'' - 180 = -294^\circ 34' 27'' + 360 = 65^\circ 25' 33'' \end{aligned}$$

### EXERCÍCIO

Calcule os ângulos internos do polígono a seguir.

| VÉRTICE | X        | Y        |
|---------|----------|----------|
| A       | 112,6429 | 78,9178  |
| B       | 95,2771  | 78,2142  |
| C       | 113,2429 | 115,1165 |
| D       | 128,7220 | 124,8398 |
| E       | 118,6411 | 103,2250 |
| F       | 138,3409 | 105,4564 |



## 7.5 CÁLCULO DE ÁREA

De uma maneira geral, os imóveis possuem geometria irregular, o que dificulta muito o cálculo da área por formas geométricas convencionais. Como nos levantamentos topográficos já se calcula as coordenadas para várias finalidades, podemos também calcular a área de qualquer figura geométrica irregular tendo as coordenadas de seus vértices utilizando o método de Gauss. Para realizar o cálculo pode-se seguir as 4 etapas listadas a seguir:

1º Listar em uma tabela, as coordenadas x e y dos vértices na sequência do polígono. Para facilitar o entendimento, copiar as coordenadas do primeiro vértice logo após o último (Tabela 8).

2º Calcular o somatório dos produtos positivos entre as coordenadas conforme a equação:

$$\text{Produto positivo} = \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_{i+1}$$

Aplicando para a Tabela 10, a equação ficaria assim:

$$\text{Produto positivo} = X1.Y2 + X2.Y3 + \dots + X5.Y1$$

3º Calcular o somatório dos produtos negativos entre as coordenadas conforme a equação:

$$\text{Produto negativo} = \sum_{i=1}^n Y_i \cdot X_{i+1}$$

Aplicando para a Tabela 11, a equação ficaria assim:

$$\text{Produto negativo} = Y1.X2 + Y2.X3 + \dots + Y5.X1$$

| PONTO | X  | Y  |
|-------|----|----|
| 1     | X1 | Y1 |
| 2     | X2 | Y2 |
| 3     | X3 | Y3 |
| 4     | X4 | Y4 |
| 5     | X5 | Y5 |
| 1     | X1 | Y1 |

Tabela 10: produto positivo

| PONTO | X  | Y  |
|-------|----|----|
| 1     | X1 | Y1 |
| 2     | X2 | Y2 |
| 3     | X3 | Y3 |
| 4     | X4 | Y4 |
| 5     | X5 | Y5 |
| 1     | X1 | Y1 |

Tabela 11: produto negativo

4º Finalmente calcular a área pela equação:

$$\text{Área} = \frac{|\text{Produto positivo} - \text{Produto negativo}|}{2}$$

## EXEMPLO

Calcular a área do polígono formado pelos pontos a seguir

| VÉRTICE | X        | Y       |
|---------|----------|---------|
| A       | 151,2118 | 56,3656 |
| B       | 136,7575 | 66,0164 |
| C       | 172,9997 | 85,2792 |
| D       | 191,2367 | 84,0311 |

$$\text{produto positivo} = 151,2118.66,0164 + 136,7575.85,2792 + 172,9997.84,0311 + 191,2367.56,3656$$

$$\text{produto positivo} = 9982,458674 + 11662,57019 + 14537,35509 + 10779,17134$$

$$\text{produto positivo} = 46961,5553$$

$$\text{produto negativo} = 56,3656.136,7575 + 66,0164.172,9997 + 85,2792.191,2367 + 84,0311.151,2118$$

$$\text{produto negativo} = 7708,4185 + 11420,8174 + 16308,5128 + 12706,4939$$

$$\text{produto negativo} = 48144,2426$$

$$\text{Área} = \frac{|46961,5553 - 48144,2426|}{2} = 591,34 \text{ m}^2$$

**EXERCÍCIO**

17) Calcule a área dos imóveis com os vértices coordenados a seguir:

a)

| VÉRTICE | X         | Y        |
|---------|-----------|----------|
| V1      | 2745,4405 | 822,8858 |
| V2      | 2751,7300 | 832,1869 |
| V3      | 2781,5425 | 813,0819 |
| V4      | 2775,8776 | 802,5457 |

b)

| VÉRTICE | X         | Y         |
|---------|-----------|-----------|
| P1      | 4324,1133 | 1348,1637 |
| P2      | 4334,4180 | 1343,7046 |
| P3      | 4336,2398 | 1322,4701 |
| P4      | 4321,1620 | 1310,8708 |
| P5      | 4309,7593 | 1314,4872 |
| P6      | 4316,8865 | 1340,9326 |

**8 EXECUÇÃO DOS LEVANTAMENTOS TOPOGRÁFICOS**

Com os conceitos e técnicas abordados neste livro, será possível realizar levantamentos topográficos em campo chegando até os cálculos das coordenadas dos pontos, distâncias, azimutes e áreas.

No livro Levantamento de detalhes serão demonstrados os métodos de levantamento, assim como no livro Poligonais como determinar e calcular a densificação de pontos de apoio quando necessários. Ambos os livros estão disponíveis em <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura/livros-digitais/>,

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Helmert, FR (1880). Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. Teubner, Leipzig.

Silva I, Segantine PC (2015). Topografia para Engenharia: teoria e prática de geomática. 1ª ed, Rio de Janeiro: Elsevier.

Torge W, Müller J (2012) Geodesy. 4th Ed. Walter de Gruyter.

**RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS**

- 1a)  $\bar{x} = 303,466 \pm 4\text{mm}$                       1b)  $\bar{x} = 125^{\circ}33'12'' \pm 3''$
- 2a)  $\bar{x} = 100,002 \pm 2\text{mm}$                       2b)  $\bar{x} = 202,234 \pm 1\text{mm}$                       2c)  $\bar{x} = 152,960 \pm 4\text{mm}$
- 3a) 1,7cm              3b) 0,03m              3c) 21cm              3d) 47mm              3e) 73mm              3f) 0,089m
- 4a)  $I_{M2-M3}=56^{\circ}29'45''$ ;  $I_{M2-M4}=181^{\circ}18'11''$                       4b)  $I_{M3-M4}=124^{\circ}48'26''$ ;  $I_{M3-M2}=303^{\circ}30'15''$   
 4c)  $I_{M4-M2}=178^{\circ}41'49''$ ;  $I_{M4-M3}=235^{\circ}11'34''$
- 5)  $d_B=36^{\circ}42'37''D$ ;  $d_C=159^{\circ}41'12''E$ ;  $d_D=54^{\circ}21'12''$
- 6) erro angular =  $-39''$
- 7) erro angular =  $-5''$
- 8a)  $131^{\circ}17'59''$ ;  $221^{\circ}06'15''$ ;  $30^{\circ}45'18''$                       8b)  $317^{\circ}11'44''$ ;  $82^{\circ}00'10''$   
 8c)  $14^{\circ}52'21''$ ;  $104^{\circ}15'16''$ ;  $213^{\circ}00'39''$
- 9a)  $303^{\circ}28'04''$               9b)  $191^{\circ}15'24''$               9c)  $98^{\circ}55'11''$               9d)  $147^{\circ}41'29''$               9e)  $270^{\circ}00'00''$               9f)  $180^{\circ}00'00''$
- 10a)  $329^{\circ}41'03''$               10b)  $237^{\circ}49'03''$               10c)  $72^{\circ}07'22''$               10d)  $118^{\circ}12'45''$
- 11a)  $37^{\circ}00'50''$               11b)  $180^{\circ}00'02''$               11c)  $0^{\circ}00'08''$               11d)  $359^{\circ}59'59''$
- 12a) Sete mil, duzentos e dezoito vírgula vinte e três metros quadrados. Ou Sete mil, duzentos e dezoito metros quadrados e vinte e três centésimos de metro quadrado. Ou ainda sete mil, duzentos e dezoito metros quadrados e vinte e três centésimos decímetros quadrados.
- 12b) Duzentos e dezoito vírgula dois mil e oitocentos hectares. Ou Duzentos e dezoito hectares e dois mil e oitocentos décimos de milésimos de hectare. Ou ainda Duzentos e dezoito hectares e dois mil e oitocentos centiare.
- 12c) Treze vírgula setenta e três quilômetro quadrados. Ou Treze quilômetros quadrados e setenta e três centésimos de quilômetro quadrado. Ou ainda Treze quilômetros quadrados e setecentos e trinta mil metros quadrados.
- 13a) 41973,00m<sup>2</sup>              13b) 12060000,00m<sup>2</sup>              13c) 73,4228ha              13d) 4,31km<sup>2</sup>              13e) 175,0000ha
- 14a) X=986,6866 e Y=2014,8162              14b) X=1011,0326 e Y=1909,8255  
 14c) X=5124,9962 e Y=3009,2766
- 15a)  $116^{\circ}07'51''$  e 277,642                      15b)  $68^{\circ}34'17''$  e 355,524  
 15c)  $217^{\circ}23'42''$  e 77.312                      15d)  $296^{\circ}58'53''$  e 438,671
- 16) A= $136^{\circ}23'54''$ ; B= $61^{\circ}43'15''$ ; C= $148^{\circ}5'39''$ ; D= $32^{\circ}51'39''$ ; E= $301^{\circ}27'58''$ ; F= $39^{\circ}27'35''$
- 17a) 416,68 m<sup>2</sup>                      17b) 657,12 m<sup>2</sup>