

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA**
Departamento Acadêmico da Construção Civil
Curso Técnico em Agrimensura

GEODÉSIA APLICADA

**SÉRIE: TOPOGRAFIA E AGRIMENSURA PARA CURSOS
TÉCNICOS**

1ª Edição

**Rovane Marcos de França
Adolfo Lino de Araújo
Flavio Boscatto**



**Florianópolis-SC
2018**

Curso Técnico em Agrimensura:

Av. Mauro Ramos, 950, Centro, Florianópolis - Santa Catarina

CEP: 88020-300

Telefone: (48) 3321-6061

<http://agrimensura.florianopolis.ifsc.edu.br>

Reitoria:

Rua 14 de Julho, 150, Coqueiros, Florianópolis - Santa Catarina

CEP: 88075-010

Telefone: (48) 3877-9000 / Fax: (48) 3877-9060

<http://www.ifsc.edu.br>

Reprodução total ou parcial dessa obra autorizada pelos autores e pela instituição para fins educativos e não comerciais.

Catálogo na fonte pelo Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia de Santa Catarina - IFSC
Reitoria

F814g

França, Rovane Marcos de

Geodésia aplicada: topografia e agrimensura para cursos técnicos [recurso eletrônico] / Rovane Marcos de França, Adolfo Lino de Araújo, Flavio Boscatto – Florianópolis: IFSC, 2018.

1 Livro digital.

55 p.: il.

Inclui referências.

ISBN 978-85-8464-128-4

1. Geodésia. 2. Topografia. 3. Agrimensura. I. Araújo, Adolfo Lino de. II. Boscatto, Flávio. III. Título.

CDD 526.98

Sistema de Bibliotecas Integradas do IFSC
Biblioteca Dr. Hercílio Luz – Câmpus Florianópolis
Catalogado por: Edinei Antonio Moreno CRB 14/1065

1	INTRODUÇÃO - GEODÉSIA	4
2	REDES DE REFERÊNCIA	4
3	ELEMENTOS GEODÉSICOS	10
3.1	<i>Superfície Topográfica</i>	10
3.2	<i>Geoide</i>	10
3.2.1	Gravimetria	11
3.2.2	Elipsoide de revolução	11
3.2.3	Sistema Geodésico de Referência - Datum Horizontal	12
4	SISTEMAS GEODÉSICOS	14
4.1	<i>Coordenadas Terrestres</i>	14
4.1.1	Cartesianas Geocêntricas	14
4.1.2	Geodésicas	14
4.1.3	Geográficas ou Astronômicas	16
4.1.4	Plano Topográfico Horizontal	17
4.1.5	Plano Topográfico Local (PTL) ou Sistema Geodésico Local (SGL)	17
5	Redução de distâncias	18
6	Sistemas de Projeções Cartográficas	20
6.1	<i>Tipos de Projeção</i>	20
6.2	<i>Sistemas de Projeção TM (Transversa de Mercator)</i>	21
6.2.1	Generalidades	21
6.2.2	Características	22
6.2.3	Fator de Escala	22
6.2.4	Orientação do Sistema	24
6.3	<i>UTM (Universal Transversa de Mercator)</i>	26
6.4	<i>RTM (Regional Transversa de Mercator)</i>	28
6.5	<i>LTM (Local Transversa de Mercator)</i>	29
6.6	COMPARAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS UTM, RTM E LTM	30
7	Transformação de Coordenadas	34
7.1	TRANSFORMAÇÃO DE TM $\rightarrow$ PTL	34
7.2	TRANSFORMAÇÃO DE PLANO TOPOGRÁFICO (QUALQUER) $\rightarrow$ TM	37
7.3	Legislação Vigente	41
8	ALTIMETRIA	42
8.1	<i>Altitude normal - H^N</i>	42
8.2	<i>Altitude geométrica (ou altitude elipsoidal)</i>	42
8.3	<i>Altitude normal-ortométrica ou ortométrica - H^{ORT}</i>	44
8.4	<i>Anomalia de altitude (ζ)</i>	45
8.5	<i>Ondulação geoidal (N)</i>	45
8.6	<i>Conversão de Altitudes</i>	50
8.6.1	Altitude geométrica em normal-ortométrica	51
8.6.2	Altitude geométrica em normal	53

1 INTRODUÇÃO - GEODÉSIA

O termo Geodésia, em grego *Geo* = terra, *desia* = 'divisões' ou 'eu divido', foi usado, pela primeira vez, por Aristóteles (384-322 a.C.), e pode significar tanto 'divisões (geográficas) da terra' como também o ato de 'dividir a terra' (por exemplo entre proprietários). A Geodésia é uma Engenharia e, ao mesmo tempo, um ramo das Geociências. Ela trata, global e parcialmente, do levantamento e da representação da forma e da superfície da terra com as suas feições naturais e artificiais. A Geodésia é a ciência da medição e representação da superfície da Terra (Helmert 1880).

Na visão de Torge (1991), a Geodésia pode ser dividida em três grupos: Geodésia Global, Geodésia Local e Levantamentos Topográfico. A Geodésia Global é responsável pela determinação da figura da Terra e do seu campo gravitacional externo. A Geodésia local estabelece as bases para determinação da superfície e campo gravitacional de uma região da terra, um país por exemplo. Neste caso implanta-se um grande número de pontos de controle formando as redes geodésicas e gravimétricas que servirão de base para os Levantamentos Topográficos. Alguns autores classificam a Topografia como Geodésia Inferior.

Não se tem dúvida que a Topografia é parte da Geodésia, inclusive quando a topografia projeta tudo sobre um plano horizontal, tendo desta forma muita simplificação que por vezes é mais interessante, como ocorre em caso de obras de engenharia civil.

No Brasil, muitos profissionais ainda adotam um conceito bastante ultrapassado que é diferenciar a topografia da geodésia pelo fato de na topografia não se considerar a curvatura terrestre e na geodésia ela é considerada. Porém este conceito não faz sentido quando necessitamos de um levantamento topográfico georreferenciados, por exemplo. A principal diferenciação entre topografia e geodésia está na extensão da área estudada, onde a topografia trata de uma porção limitada. Mas isso não significa que a curvatura deva ser desprezada. Veremos durante o livro porque.

2 REDES DE REFERÊNCIA

Uma Rede de Referência Geodésica consiste em um conjunto de pontos materializados através de marcos, com coordenadas planimétricas e/ou altimétricas, referenciadas a uma única origem, o Sistema Geodésico Brasileiro – SGB, implementado, administrado e mantido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), possibilitando a amarração de plantas e mapas e suas atualizações a uma mesma referência. É a materialização de um sistema geodésico de referência.

O IBGE trata as redes de referência independentes: planimétrica, altimétrica e gravimétrica. Isso se deu pelas dificuldades em sua implantação original, onde a planimétrica de forma geral era executada através de triangulação e a altimétrica por nivelamento. As triangulações exigiam visadas longas (de 5 a 30km) e para isso os vértices eram implantados nos topos dos morros sem urbanização. Já o nivelamento exigia visadas curtas (máximo de 50m) e buscava-se implantar RNs próximos das vilas, povoados e cidades, onde a necessidade era mais emergente. Hoje com o posicionamento via satélite a situação mudou e no futuro deveremos ter estas redes totalmente integradas.

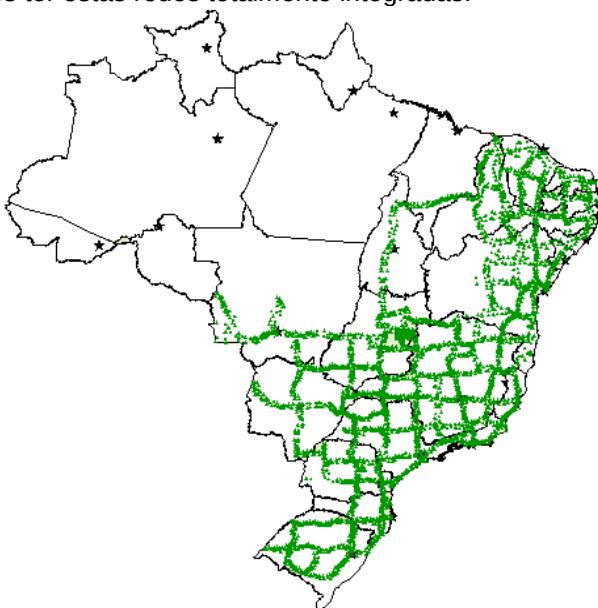


Figura 1: Rede de Triangulação implantada entre os anos 1940 e 1980

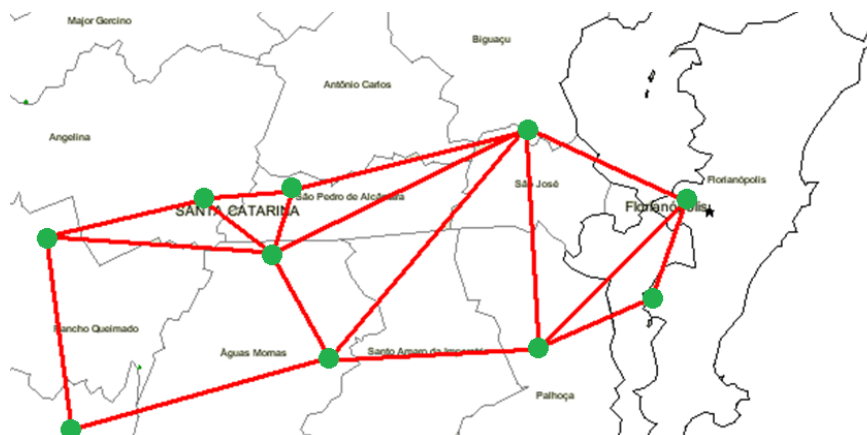


Figura 2: Rede de Triangulação na região de Florianópolis

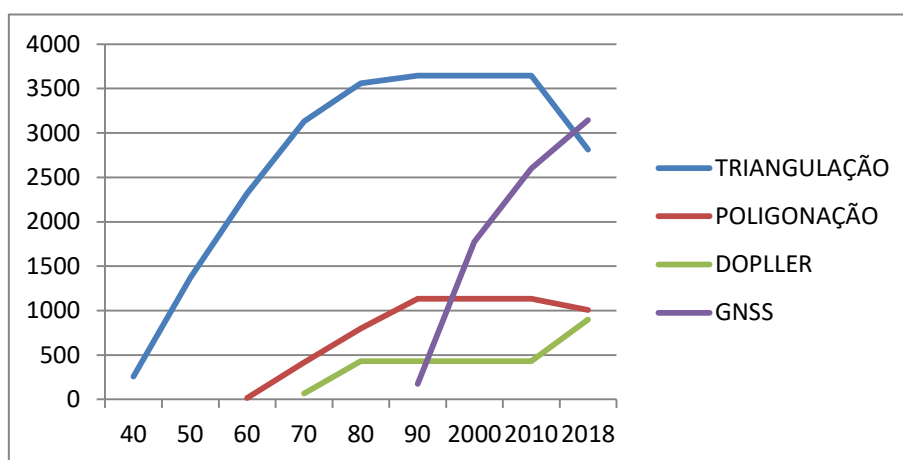


Figura 3: Quantidade de vértices ao longo das décadas – Rede Planimétrica

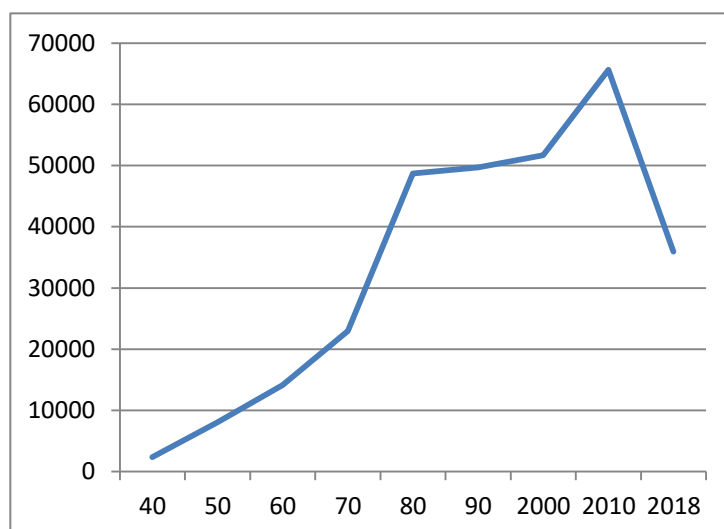


Figura 4: Quantidade de vértices ao longo das décadas – Rede Altimétrica

Atualmente no Brasil, a rede planimétrica está em franca expansão, pois existem normas técnicas do IBGE onde os profissionais podem homologar pontos para uso público. Veja abaixo o quadro de vértices planimétricos implantados no Brasil utilizando a tecnologia GNSS, até 2018, organizado pela menor distância média entre os vértices.

Colocação	UF	Número de Vértices	km²	km² por vértice	Dist. Média entre vértices (km)
1°	DF	94	5907	63	8
2°	RJ	142	47550	335	18
3°	ES	101	47861	474	22
4°	CE	165	143478	870	29
5°	SC	106	105298	993	32
6°	SP	262	262540	1002	32
7°	SE	21	21901	1043	32
8°	AL	26	27652	1064	33
9°	PE	81	97624	1205	35
10°	RN	39	52317	1341	37
11°	PR	143	214530	1500	39
12°	RS	192	302612	1576	40
13°	GO	225	356161	1583	40
14°	BA	329	573530	1743	42
15°	AP	72	140124	1946	44
16°	PB	28	55671	1988	45
17°	MG	289	605946	2097	46
18°	MS	168	373022	2220	47
19°	MA	119	329630	2770	53
20°	PI	54	249101	4613	68
21°	AC	25	151531	6061	78
22°	RR	35	219999	6286	79
23°	MT	144	909175	6314	79
24°	RO	35	237210	6777	82
25°	TO	33	276297	8373	92
26°	PA	133	1241232	9333	97
27°	AM	84	1546414	18410	136
TOTAL		3145	8594313	2733	52

O IBGE disponibiliza a consulta à rede oficial homologada através da Internet no seu Banco de Dados Geodésicos. O site para acesso é www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/

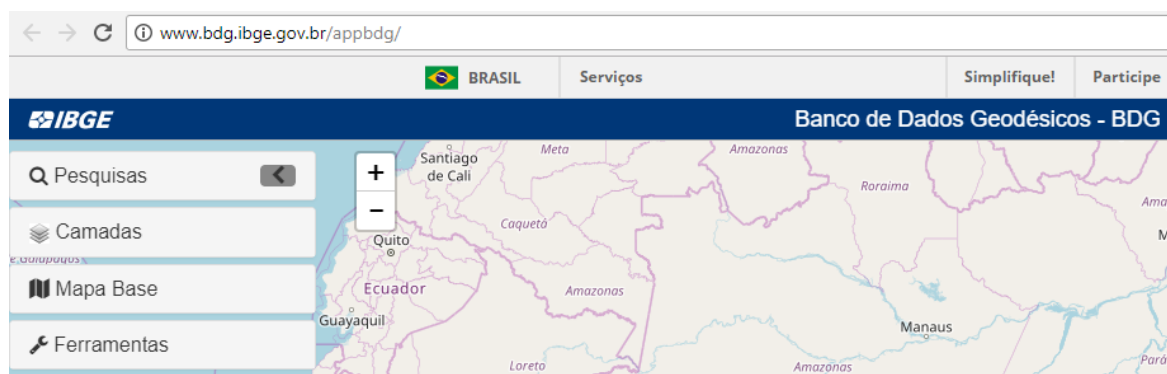


Figura 5: Acesso ao Banco de Dados Geodésicos IBGE

O endereço é de um mapa interativo com diversas opções de consultas e visualizações.

Na figura a seguir temos em destaque com retângulos vermelhos as ferramentas do Mapa Interativo do Banco de Dados do SGB.

1) Camadas: Nas camadas estão disponíveis todos os tipos de pontos e vértices do SGB, você pode escolher um ou mais, ao selecionar o tipo de ponto aparecerá no mapa os pontos que compõe aquela rede, por exemplo, se for selecionado RN aparecerão todos as RRNN da rede altimétrica do SGB.

2) Mapa Base: Existem 3 opções de mapas base que serve de fundo para a visualização dos dados.

3) Ferramentas: Temos 3 opções, apagar pesquisa, distância e centralizar, que mostra o mapa do Brasil centralizado na tela.

4) Mostra o resultado da pesquisa, que deve ser feita na janela em cima das camadas.

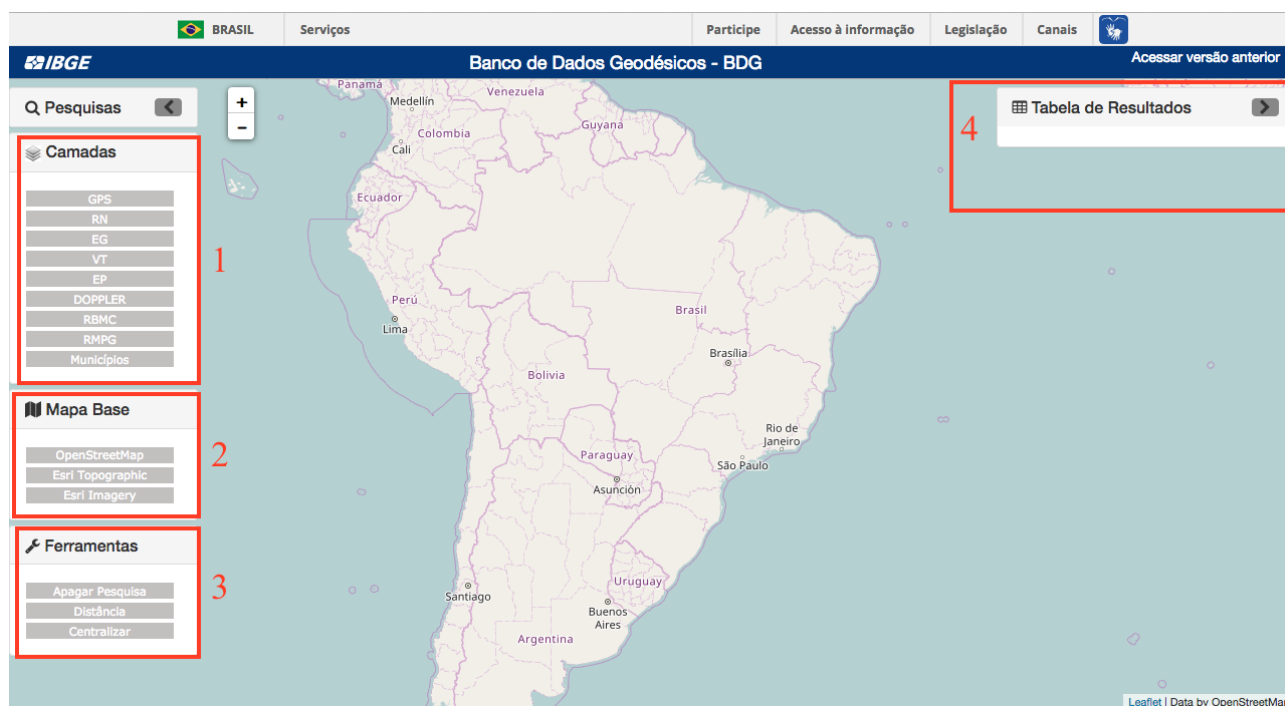


Figura 6: Tela principal do Banco de Dados Geodésicos

A pesquisa pode ser realizada de cinco formas distintas:

- por Estação quando se conhece o código, por UF/Município, quando se tem a necessidade de obter todos os vértices de um município,
- por conexão geodésica, quando um ponto pode fazer parte de mais de uma rede, por exemplo, altimétrica e GPS,
- por enquadramento, quando com o mouse seleciona-se uma área e
- por *buffer*, quando através de uma Estação conhecida pode-se definir um raio de abrangência para identificar demais pontos do SGB. A seguir a janela de Pesquisa.

Figura 7: Modos de pesquisa do Banco de Dados Geodésicos

1ª Opção: número da estação

Digite no campo Código o número da Estação, por exemplo 91851.

Para consultar mais de uma Estação, digite os números separados por vírgula. Exemplo: 91851,91852.

Figura 8: Pesquisa por código da estação geodésica

ESTAÇÃO	SIT	VISITA	MUNICÍPIO
851	D	06/02/2017	Florianópolis
852	B	14/09/2013	Florianópolis

Relatório de Estação Geodésica (página 1)

Figura 9: Resultados da pesquisa por código

Para consultar a monografia do vértice, clique no link que é o código da estação.

2ª Opção: pelo município

Figura 10: Pesquisa por município e tipo de estação geodésica

Nesta opção, escolha o tipo de estação e o estado. Em seguida abre uma lista com municípios que possuem as estações do tipo que você escolheu. Selecione o município de interesse.

Podemos usar como exemplo: Consultar as Referências de Nível no município de Agronômica/SC. O mapa te leva ao local pesquisado, na lista de resultados aparecem os dados consultados.

ESTAÇÃO	SIT	VISITA	MUNICÍPIO
1403H	NE	17/08/2013	Agronômica
1403J	NE	17/08/2013	Agronômica
1403L	NE	17/08/2013	Agronômica
1403N	D	20/08/2009	Agronômica
1403P	B	15/08/2013	Agronômica

Figura 11: Resultado da pesquisa por município e tipo de estação geodésica

3ª Opção: Conexão Geodésica

Escolher um tipo de rede a ser consultada, por exemplo, GPS e depois escolher uma ou mais opções de conexão com outras redes. A figura a seguir mostra um exemplo para a conexão da rede GPS com as RNs para todo o Estado de Santa Catarina. Existe também a possibilidade de selecionar o município.



Figura 12: Pesquisa por estações de conexão geodésica

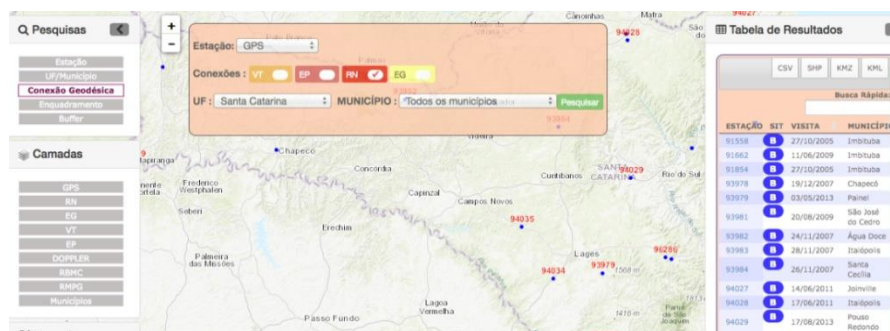


Figura 13: Resultado da pesquisa por conexão geodésica

4ª Opção: Enquadramento

Essa ferramenta possibilita selecionar as Estações de acordo com uma seleção no mapa. Basta selecionar os tipo de vértices da rede (um ou mais) e fazer o retângulo na tela, depois clicar em Pesquisar.

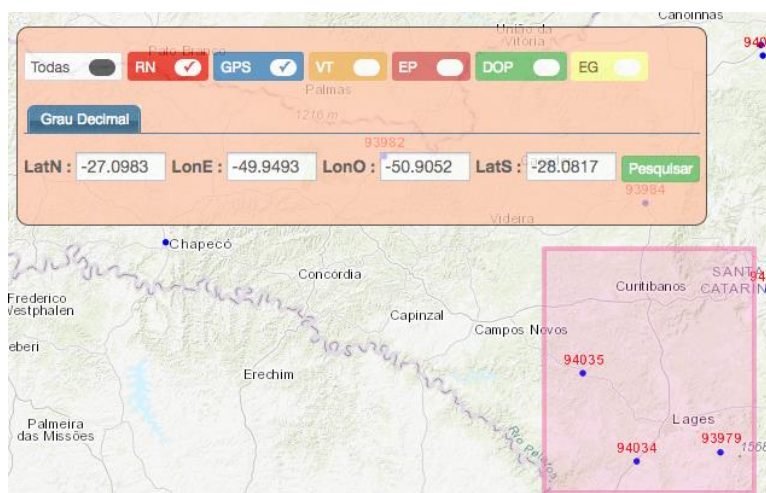


Figura 14: Pesquisa por enquadramento

5ª Opção: Buffer

Para usar a ferramenta de Buffer deve-se ter um ponto como referência para que a partir deste seja formado um círculo selecionando os vértices escolhidos, por exemplo, a partir do 91851 selecionar os RNs em um raio de 20000 metros.

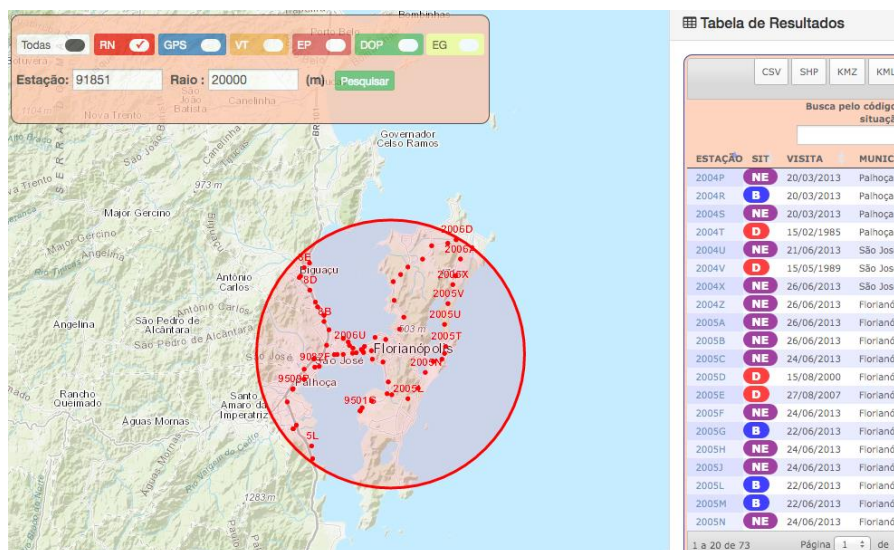


Figura 15: Pesquisa por buffer

3 ELEMENTOS GEODÉSICOS

3.1 Superfície Topográfica

É a superfície física do terreno com seus vales, fundo do mar e montanhas sobre a qual as medidas são executadas.

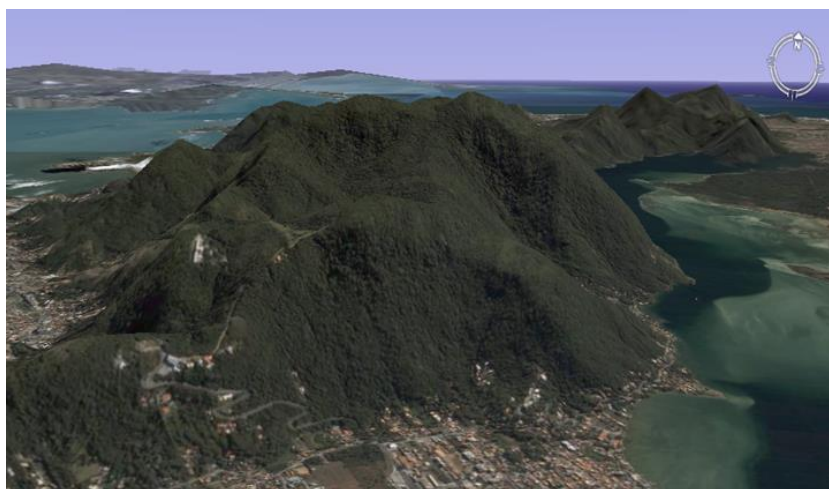


Figura 16: Ilustração da superfície topográfica (imagem Google Earth)

3.2 Geoide

Em 1828, Gauss introduziu um modelo aperfeiçoado da figura da Terra, mas o termo geoide foi criado em 1873 por J. F. Listing e é o nome do formato geométrico da terra. O geoide é limitado por uma superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra que coincide com o nível médio dos mares em repouso. Em cada ponto o vetor gravidade será perpendicular à superfície. Pode-se imaginar a superfície geoidal prolongada através dos continentes. Como os movimentos e composição da terra são muito variáveis, ocorrem deformações no geoide impedindo que o geoide seja determinado

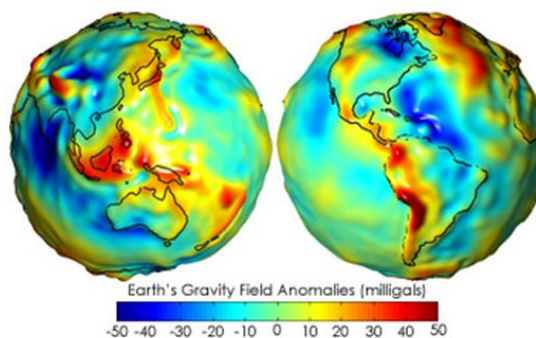


Figura 17: representação do geoide

matematicamente. Essa ondulação é suave e fica em torno ± 30 m, sendo o valor máximo de ± 100 m, em relação ao elipsoide de referência.

As ondulações da figura acima estão exageradas, pois o raio da terra é próximo de 6370 km e as ondulações do geoide são de apenas algumas dezenas de metros. Globalmente falando, as ondulações são muito pequenas, mas para o posicionamento de um ponto é muito grande.

3.2.1 Gravimetria

É um método da geodésia física para determinar os níveis do campo gravitacional da Terra e, com isto, determinar o geoide. O Geoide pode ser determinado com precisão de poucos centímetros, através de medições gravimétricas de pontos bem distribuídos sobre a Terra. A densidade de pontos é muitíssimo importante para a determinação do geoide.



Figura 18: Gravímetro

3.2.2 Elipsoide de revolução

Superfície matemática 3D adotada como referência para o cálculo de posições, distâncias, direções e outros elementos geométricos da mensuração. É formada a partir da rotação de uma elipse, usando como eixo de rotação o seu semi-eixo menor.

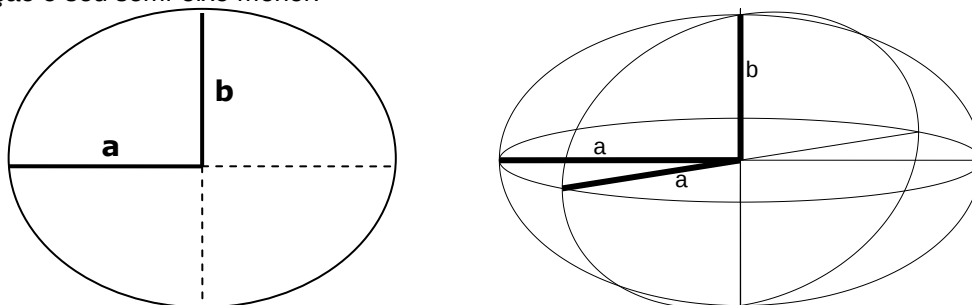


Figura 19: Ilustração do Elipsoide de Revolução

a = semi-eixo maior;
b = semi-eixo menor;
 $f = (a-b)/a$ = achatamento

O Elipsoide pode ser definido por 2 dos 3 parâmetros. A forma mais comum é utilizar o “a” e o “f”.

Se ajusta ao Geoide com uma aproximação de primeira ordem, ou seja não existe forma matemática que se aproxime tanto quanto o elipsoide.

O elipsoide de revolução oficial utilizado no Brasil difere do geoide em até ± 35 metros.

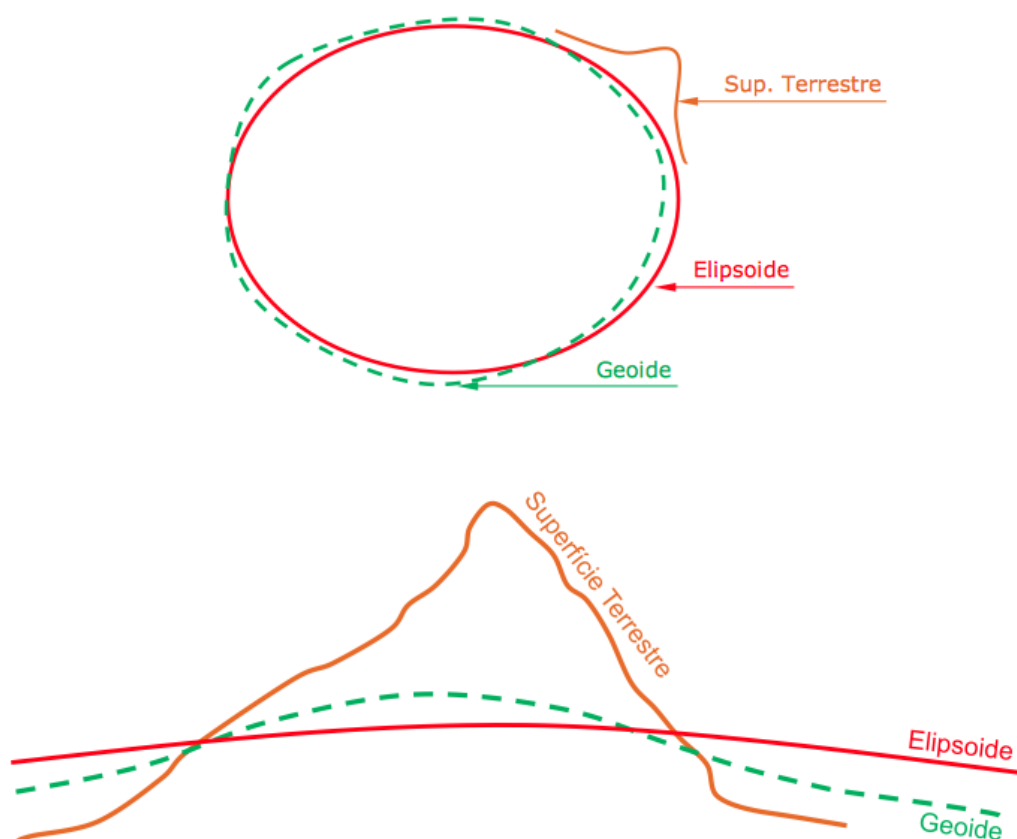


Figura 20: Ilustração das superfícies de referências em relação ao Elipsoide de revolução

3.2.3 Sistema Geodésico de Referência - Datum Horizontal

Para um bom ajuste, cada país ou região adotou um elipsoide de referência diferente e que melhor ajustou às suas dimensões. Ao utilizar um elipsoide numa determinada posição, cria-se uma nova superfície, ou seja, um novo *Datum*.

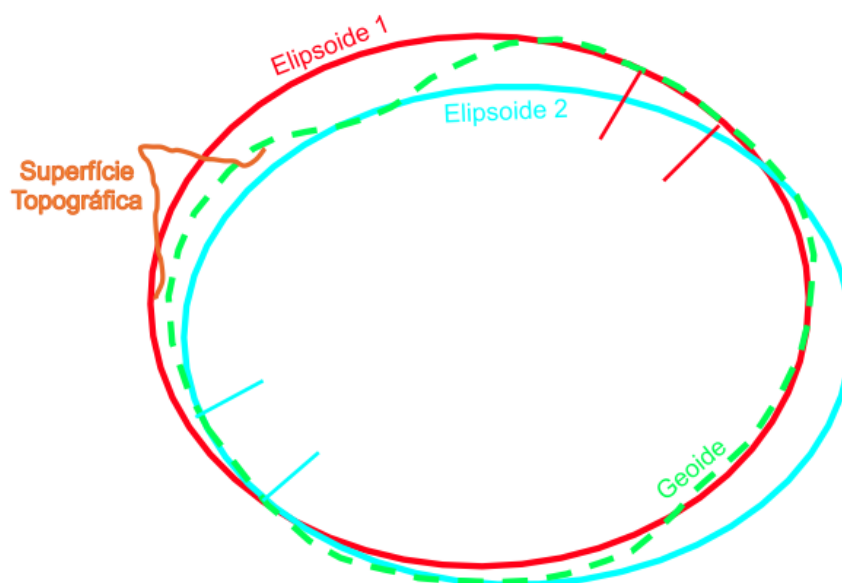


Figura 21: Sistemas geodésicos

Para a definição de um *Datum* é necessário conter 3 elementos:

- Contém a forma e tamanho de um Elipsoide
- Contém a posição do elipsoide relativa ao geoide

Topocêntrico: vértice na superfície terrestre que serve para a amarração do elipsoide ao geóide

Geocêntrico: amarrado ao centro de massa da terra (recomendado pela UGGI)

- Contém os parâmetros de conversão para o **Datum Internacional WGS-84** (World Geodetic System of 1984)

- Delta X, Delta Y, Delta Z
- Rotação e escala

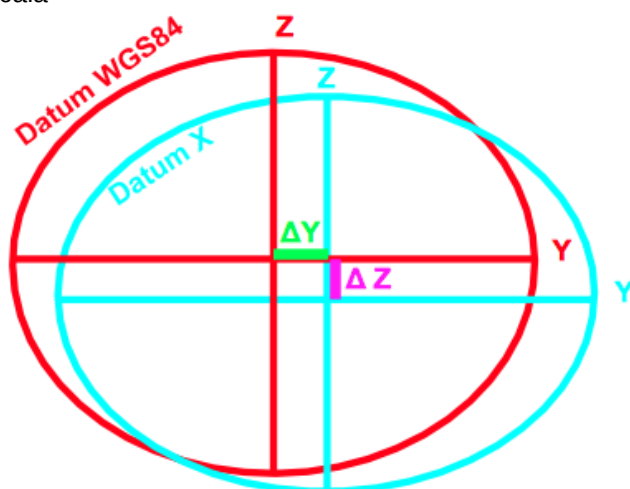


Figura 22: Ilustração do Datum X em relação ao WGS84

O referencial planimétrico ou *Datum* Horizontal Oficial no Brasil é o **SIRGAS-2000** (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas de 2000) desde 25/02/2005. Nos 10 anos seguintes, ou seja, até 25/02/2015, os usuários poderiam utilizar concomitantemente o **SAD-69** (*South American Datum of 1969*), mas deveriam adequar e ajustar suas bases de dados, métodos e procedimentos ao novo sistema.

Tabela 1: Parâmetros de transformação de sistema geodésico

<i>Datum</i>	Elipsoide	Tipo	Raio Equatorial semi-eixo maior a	Raio Polar semi-eixo menor b	f	ΔX	ΔY	ΔZ
Córrego Alegre	Hayford	Topocêntrico	6378388	6356912,00000	1/297	-205,57	+168,77	-4,12
SAD69/1996	UGGI-67	Topocêntrico	6378160	6356774,71920	1/298,25	-66,87	+4,37	-38,52
SAD69/2005	UGGI-67	Topocêntrico	6378160	6356774,71920	1/298,25	-67,35	+3,88	-38,22
WGS84(G1150)	WGS84	Geocêntrico	6378137	6356752,31425	1/298,257223563	0,00	0,00	0,00
SIRGAS2000	GRS80	Geocêntrico	6378137	6356752,31414	1/298,257222101	0,00	0,00	0,00
Astro Chuá	Hayford	Topocêntrico	6378388	6356912,00000	1/297	-143,87	243,37	-33,52

4 SISTEMAS GEODÉSICOS

4.1 Coordenadas Terrestres

4.1.1 Cartesianas Geocêntricas

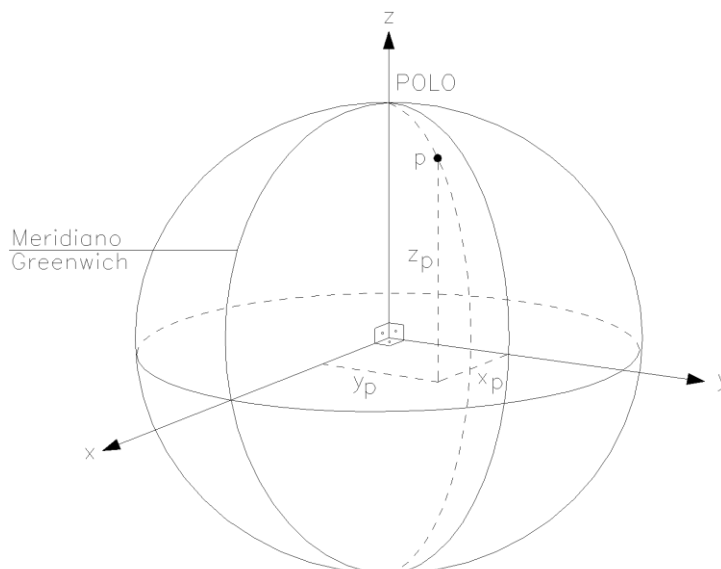


Figura 23: Ilustração do sistema de coordenadas cartesianas

A Superfície de referência para as Coordenadas Cartesianas é o **Elipsoide**.

As Projeções X, Y e Z possuem origem no centro do *Datum*.

Este sistema de coordenadas é o sistema de origem para os cálculos geodésicos.

O plano X,Y coincide com o Equador. O eixo Z coincide com o eixo da Terra. O eixo X passa no meridiano de Greenwich.

4.1.2 Geodésicas

A superfície de referência para as Coordenadas Geodésicas é o **Elipsoide**. É um sistema de projeção esférico, definindo um ponto a partir de 2 ângulos de referência: Latitude (ϕ) e Longitude (λ).

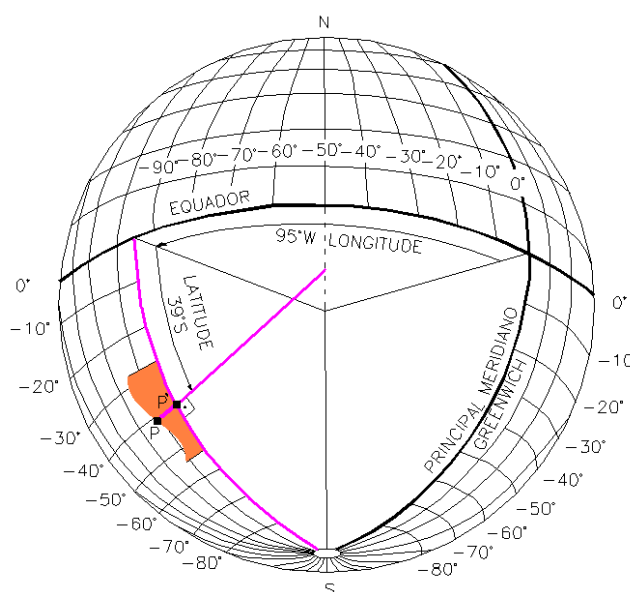


Figura 24: Ilustração das coordenadas geodésicas

A Latitude é um ângulo medido a partir do equador até a **normal do ponto** (direção que passa pelo ponto perpendicular ao elipsoide). Além da dimensão angular, deve ser especificado o hemisfério, se N ou S, ou ainda através dos sinais positivo e negativo, respectivamente.

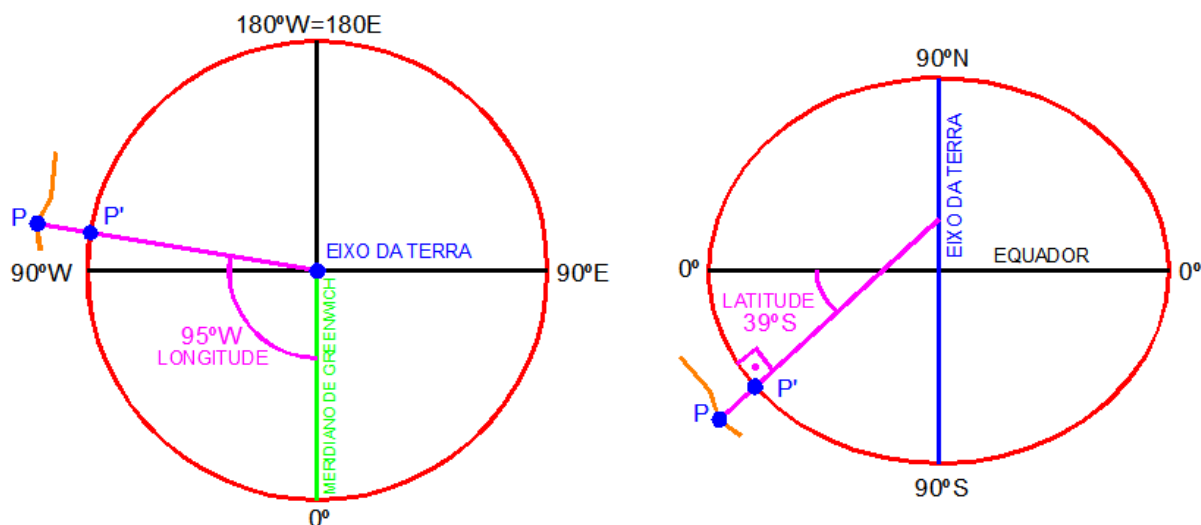


Figura 25: Ilustração da Latitude

São as coordenadas Geodésicas que o GNSS irá nos informar, quando devidamente configurado. Como podemos perceber, os ângulos são a partir de um *Datum*. Portanto **SE MUDARMOS O DATUM, MUDAREMOS AS COORDENADAS** do mesmo ponto.

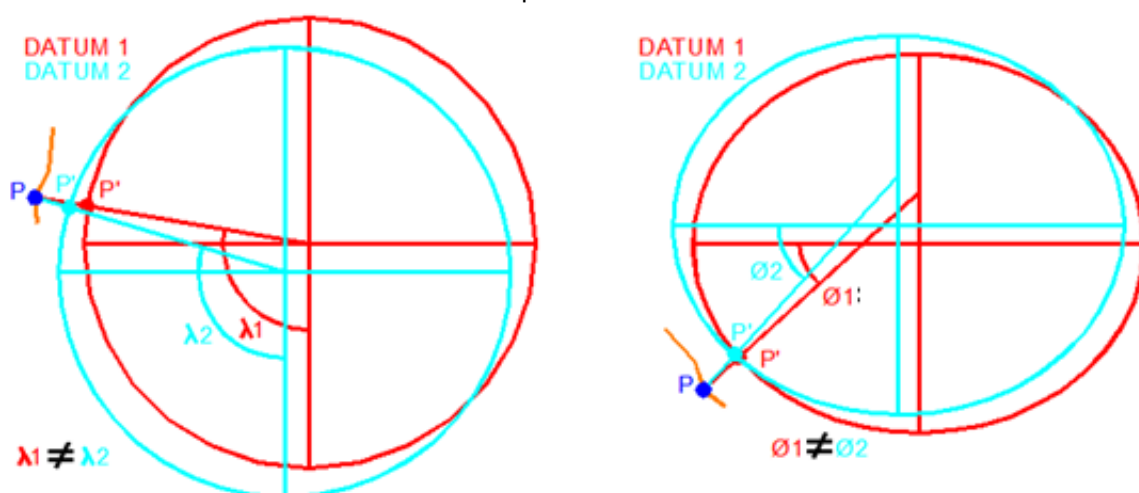


Figura 26: Ilustração da Latitude considerando dois *Data*.

Observe que se compararmos dois *Data* (plural de *Datum*) geocêntricos, a diferença entre as coordenadas será muito pequena. Isso permite que usuários que não entendam de geodésia e consequentemente não saibam o que é *Datum*, possam trabalhar com coordenadas geodésicas sem ter diferenças consideráveis entre as coordenadas. Como exemplo podemos citar aplicações de segurança como navegação marítima, resgate, segurança, turismo, etc. Já para aplicações geodésicas, mesmo tendo diferença de poucos centímetros, deveremos considerar as diferenças, pois um erro mesmo sendo pequeno pode se propagar tomando dimensões não admissíveis.

O IBGE disponibiliza o software ProGRID para efetuar as Transformações entre coordenadas geodésicas e geocêntricas, assim como a conversão entre os *Data* SIRGAS2000, SAD69-Rede Clássica, SAD69-96 e SAD69/2005. A limitação do programa é de não permitir inclusão de novo *Datum* e efetuar cálculos somente dentro da fronteira do Brasil.

No Progrid, temos designações diferentes para os *Data* utilizados no Brasil:

NOME USUAL	NOME PROGRID	Adotado a partir de
SAD69 (original)	SAD69 Rede Clássica	

SAD69/1996	SAD69/96 Rede Clássica	julho de 1996
SAD69/2005	SAD69 Técnica Doppler ou GPS	25/02/2005

Vários softwares fazem estas transformações, porém deve-se observar se os parâmetros são fielmente os informados pelo IBGE, que constam na tabela do item 13.3.5.

4.1.3 Geográficas ou Astronômicas

A superfície de referência para as Coordenadas Geográficas é o **Geoide**. É um sistema de projeção esférico, definindo um ponto a partir de 2 ângulos de referência: Latitude (Φ) e Longitude (λ).

A Latitude é um ângulo medido a partir do equador até a **vertical do ponto** (direção que passa pelo ponto perpendicular ao geoide). Além da dimensão angular, deve ser especificado o hemisfério, se N ou S, ou ainda através dos sinais positivo e negativo, respectivamente.

As coordenadas Geográficas são determinadas Astronomicamente, não sendo possível determinar com precisão através de métodos de medição com equipamentos topográficos.

Como o geoide não é matematicamente definido, não podemos transformar coordenadas geodésicas em geográficas e nem coordenadas cartesianas em geográficas.

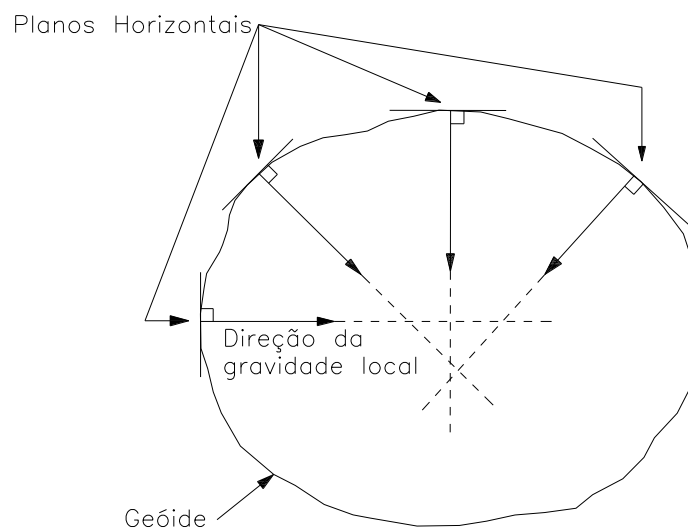


Figura 27: Direções da vertical

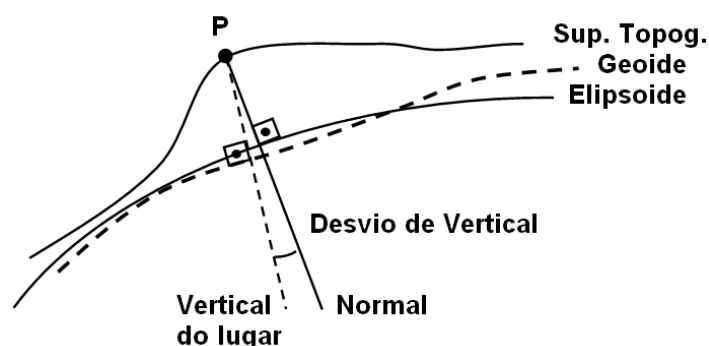


Figura 28: Desvio da vertical

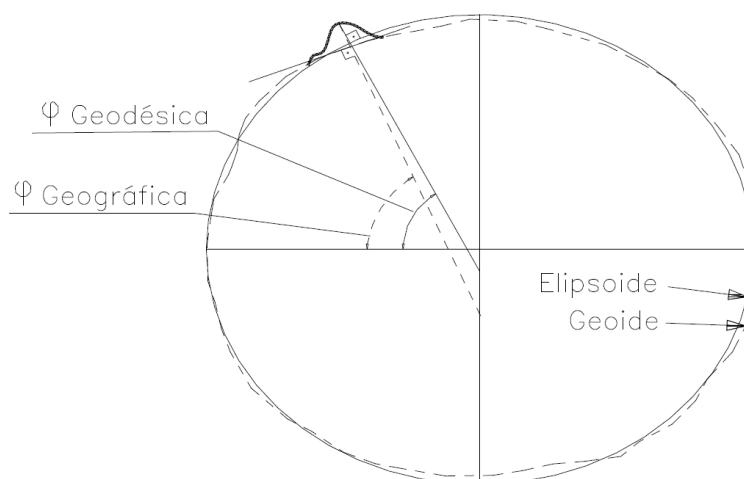


Figura 29: Latitudes geodésica e geográfica

4.1.4 Plano Topográfico Horizontal

A superfície de referência é um plano horizontal (paralelo geoide) formado a partir do ponto de partida do levantamento com coordenadas arbitrárias. Coincide com o plano horizontal definido pelo equipamento. A orientação do sistema de coordenadas pode ser qualquer Norte.

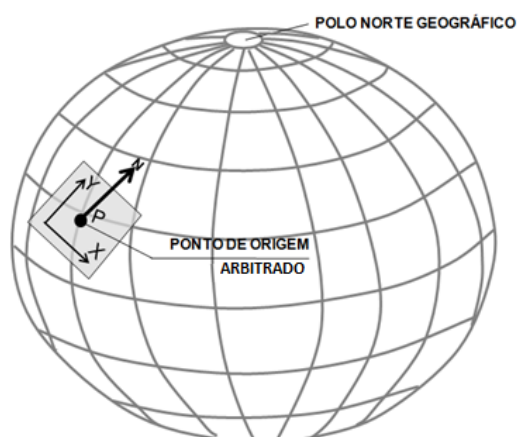


Figura 30: Ilustração do Plano Topográfico Horizontal

4.1.5 Plano Topográfico Local (PTL) ou Sistema Geodésico Local (SGL)

A superfície de referência é um plano horizontal (paralelo geoide) formado a partir do ponto de partida do levantamento que deve estar Georreferenciado. Coincide com o plano horizontal definido pelo equipamento. A orientação do sistema de coordenadas deve ser o Norte Geodésico (muito próximo do geográfico ou verdadeiro).

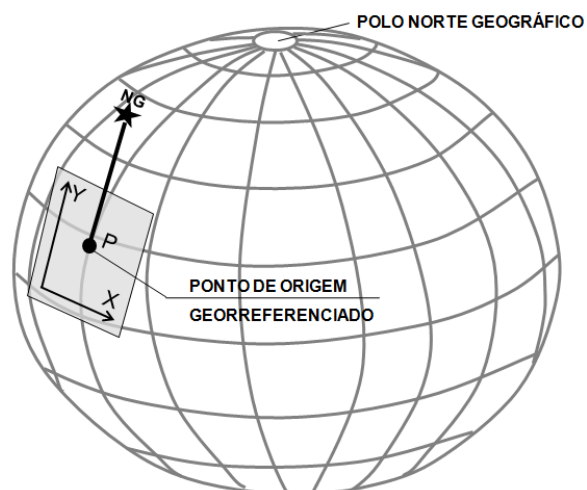


Figura 31: Ilustração do PTL ou SGL

5 Redução de distâncias

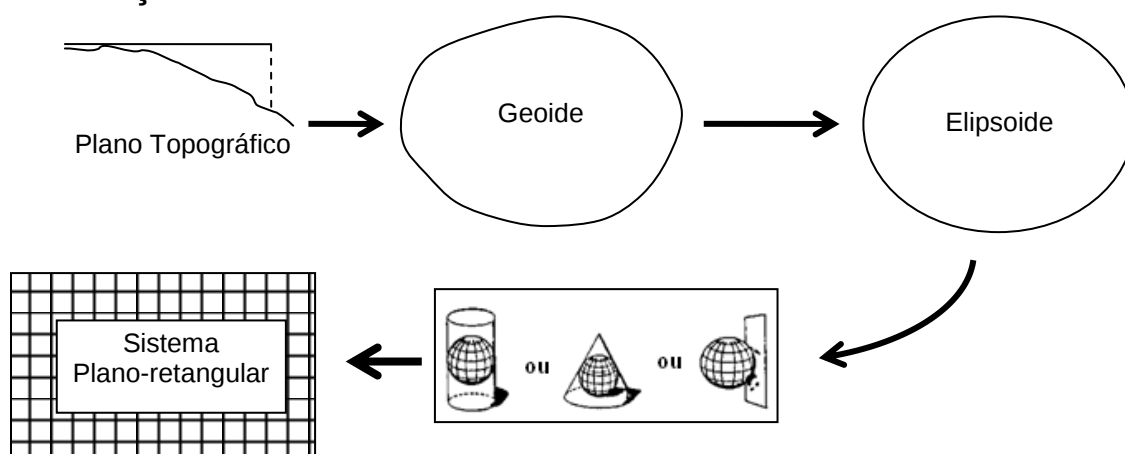


Figura 32: Passos para redução de distâncias

As Distâncias na Topografia são medidas de forma inclinada (DI) com um Medidor Eletrônico de Distância (Estação Total ou Distanciômetro) e calculada na Horizontal (DH) com o ângulo vertical lido da visada. Pode também ser medido diretamente sobre o plano Topográfico (DH) utilizando uma trena. Após se obter a Distância Horizontal (DH), temos que rebatê-la sobre o Geoide (D_n) e em seguida sobre o Elipsoide (D_e) para que todas as distâncias fiquem num mesmo referencial.

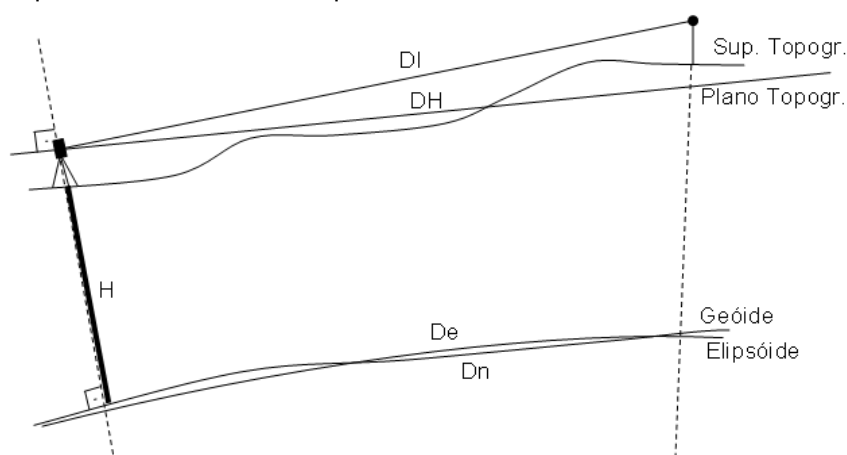


Figura 33: Ilustração das reduções de distâncias

$$Dn = DH \cdot fr \quad Fr = 1 - \frac{H}{Rm} \quad De = Dn + (1,027 \cdot Dn^3 \cdot 10^{-15})$$

Sendo,

Fr= Fator de Redução da Distância Horizontal

H= altitude em que a distância foi medida

Rm= raio médio da terra (6378000m)

Quando o ponto for apenas irradiado, a altitude (H) deve ser da estação, pois a DH estará no plano definido da estação. Se for uma poligonal, a DH será a média entre as visadas a vante e a ré, portanto a altitude deve ser a média entre os 2 vértices, pois a DH média estará na altitude média. Neste caso a DH medida ascendente é menor que a medida descendente, por isso a importância de fazermos a média das distâncias numa poligonal.

Para distâncias menores que 5km, poderemos fazer $De=Dn$, pois a mudança é desprezível (0,1mm). Somente com 10km medido é que teremos 1mm na transformação de Dn para De.

A projeção das distâncias sobre o elipsoide é necessária para cálculos geodésicos. Devemos utilizar os cálculos geodésicos em 2 situações:

- **Georreferenciamento**: quando necessitarmos de pontos georreferenciados.

- **Grandes desníveis**: mesmo quando não houver a necessidade do georreferenciamento, mas na extensão do levantamento tivermos grandes desníveis, devemos fazer uso da geodésia. Quando a área possuir grandes desníveis, estaremos utilizando vários planos topográficos locais em altitudes diferentes e portanto estaremos utilizando várias superfícies de referência. Com isso, as poligonais não possuem bom fechamento, em virtude de estarem em projeções diferentes. O que caracterizará os grandes desníveis será a precisão desejada para os pontos, pois a diferença de projeção, não pode ser maior que a precisão requerida para o levantamento.

Desnível	100	200	400	600	800	1000	2000
Erro Relativo	1:127400	1:63700	1:31850	1:21233	1:15925	1:12740	1:6370

6 Sistemas de Projeções Cartográficas

6.1 Tipos de Projeção

Projeção Cartográfica é a técnica de projetar a superfície da Terra, admitida como esférica ou elipsóidica, em um plano. A projeção cartográfica é definida por um **Modelo da Superfície Terrestre** (*Datum*) e pelo **plano de projeção**.

O problema da cartografia consiste na tentativa de representar a superfície terrestre, modelada como esfera ou elipsoide, no plano. Esses modelos são superfícies *não-desenvolvíveis*, ou seja, não é possível sua perfeita planificação.

Portanto, qualquer sistema projetivo apresenta **distorções de formas, de áreas, de ângulos ou de distâncias**. O tipo de projeção adotado em um mapa deve ser aquele que melhor conservar propriedades de interesse do usuário.

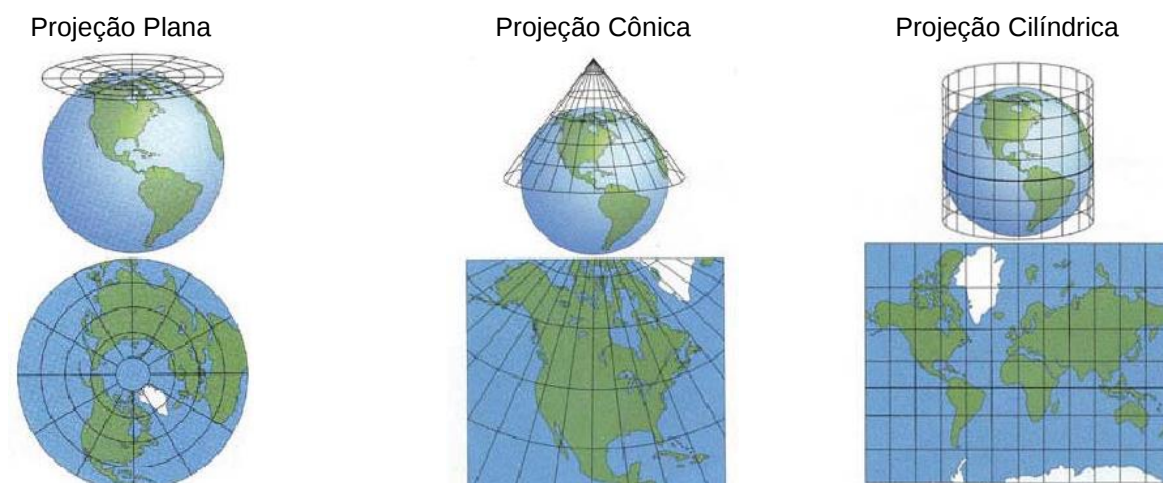


Figura 34: Projeções cartográficas

De acordo com o tipo de projeção, classificamos elas em:

- **Equidistante**: sem deformações lineares em uma ou algumas direções
- **Equivalente** (eqüiárea): sem deformações de área (dentro de certos limites)
- **Conforme** (ortomórfica): sem deformações de ângulos (dentro de certos limites)
- **Afilática**: não conserva propriedades, mas minimiza as deformações em conjunto

Vamos analisar a projeção plana. Imaginemos então um retângulo em campo já projetado sobre o elipsoide, conforme a figura a seguir. Observe que em campo, quem estiver sobre os pontos A, B, C ou D, irá ver em campo um retângulo, pois as direções serão uma reta aparente (acompanhando a curvatura terrestre) e os ângulos internos são 90°. Ao ser projetado este retângulo sobre a projeção plana, os ângulos e as distâncias se deformam, sendo apresentado um trapézio. Esta mudança de forma geométrica pode trazer grandes problemas se a base for utilizada para um projeto, por exemplo.

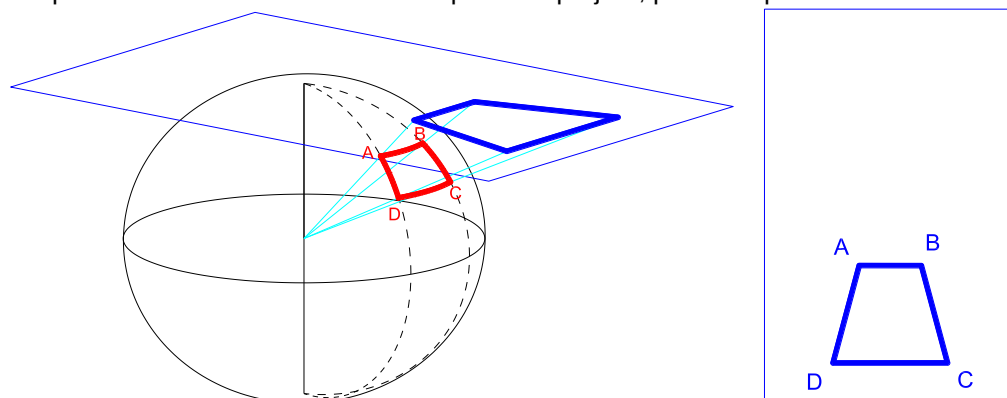


Figura 35: Ilustração esquemática da projeção plana

Analisando o mesmo retângulo na projeção cônica, teremos outras deformações, tanto na distância com em ângulos também. Observe que direções aparentemente retas, ficam bem curvas na projeção cônica. Este efeito também é prejudicial quando trabalhamos com topografia.

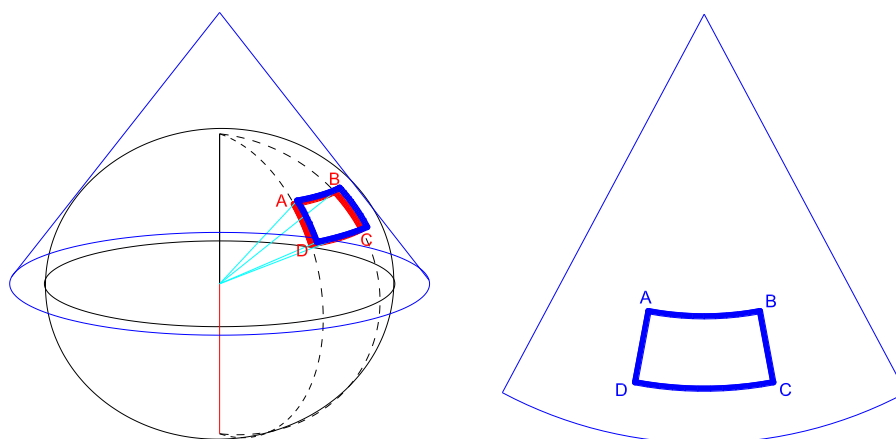


Figura 36: Ilustração esquemática da projeção cônica

Na projeção Cilíndrica, não temos a deformação angular, o que mantém a forma geométrica. O retângulo em campo continua sendo um retângulo na projeção. A deformação ocorre nas distâncias e consequentemente nas áreas. Mas observe que a forma geométrica é mantida. Isso permite que esta projeção seja utilizada para projetos, pois o elemento projetado manterá suas características em campo.

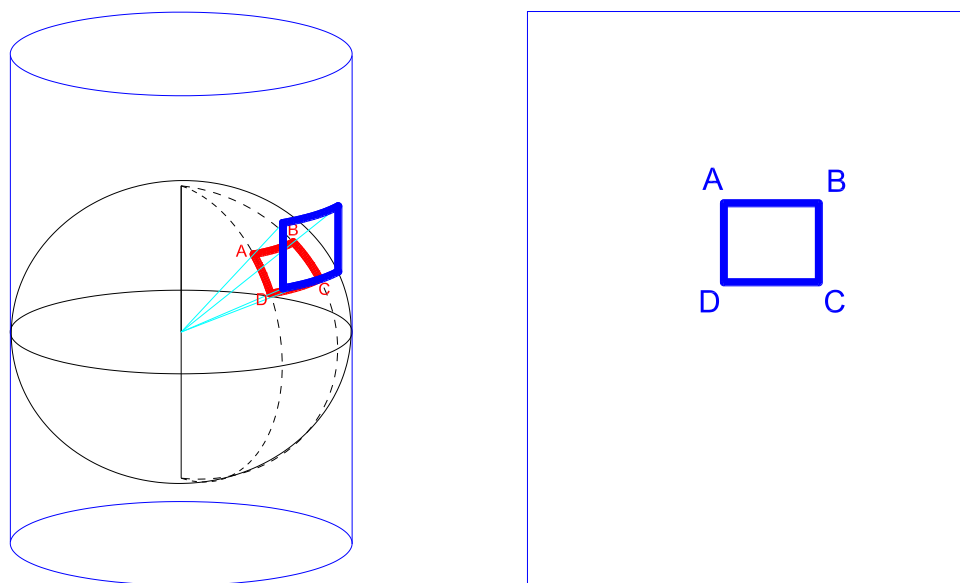


Figura 37: Ilustração esquemática da projeção cilíndrica

Para ilustrar as diferenças sobre as projeções, acesse o site http://www.uff.br/mapprojections/mp_en.html. Nele você poderá ver as diferenças dos sistemas de projeção.

6.2 Sistemas de Projeção TM (Transversa de Mercator)

6.2.1 Generalidades

Gerhard Kremer Mercator (1512-1594) matemático e cartógrafo belga, é o autor das projeções TM, atualmente considerado o pai da Cartografia Moderna.

Foi o introdutor do uso de projeção cilíndrica e também da confecção de mapas para navegação.

Somente em 1950 foi adotado a formatação do sistema como é hoje.

Vários sistemas de projeções, como o Gauss (1822), Gauss Krüger (1920) e Gauss Tardi foram desenvolvidos com base em estudos de Mercator.

Recomendado pela União Geodésica e Geofísica Internacional.

6.2.2 Características

Ocorre deformação apenas nas distâncias (projeção Conforme) e conseqüentemente nas áreas. Os ângulos se deformam tão pouco que cartograficamente são desprezíveis.

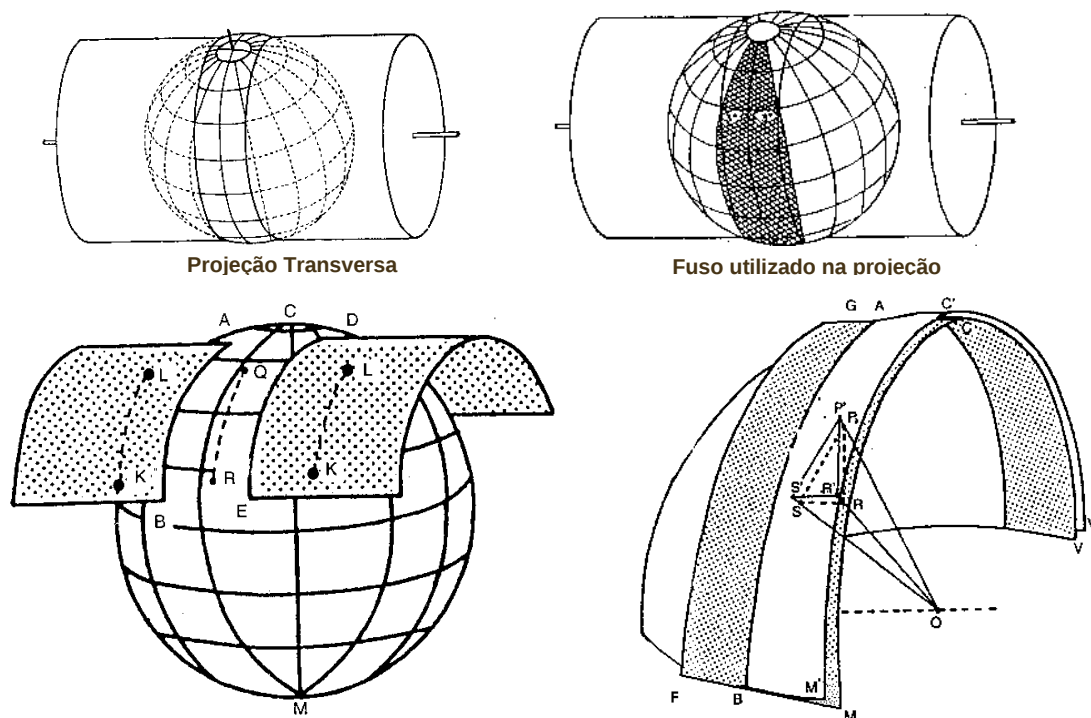


Figura 38: Esquema da projeção TM

6.2.3 Fator de Escala

Para fazer a projeção das distâncias elipsoidais sobre o cilindro, utilizamos um fator de escala denominado K. O fator de escala K corresponde à relação entre as distâncias projetadas no cilindro e as distâncias que estavam reduzidas ao elipsoide. Assume valores maiores (ampliação) e menores (redução) que 1 e também iguais a 1 (sem deformação, sobre a linha de secância), conforme está apresentado na figura a seguir.

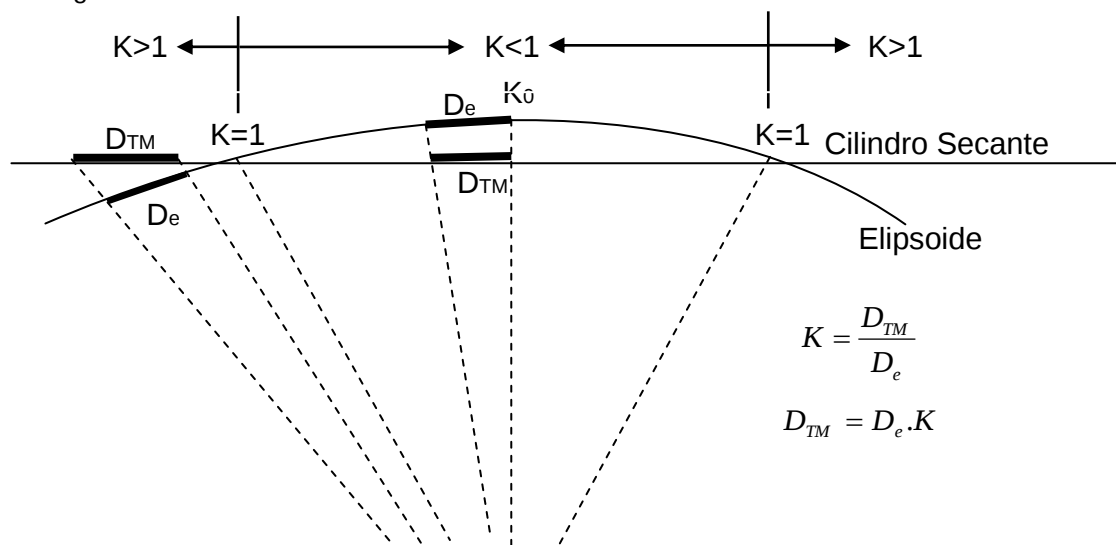


Figura 39: Fatores de escala da projeção TM

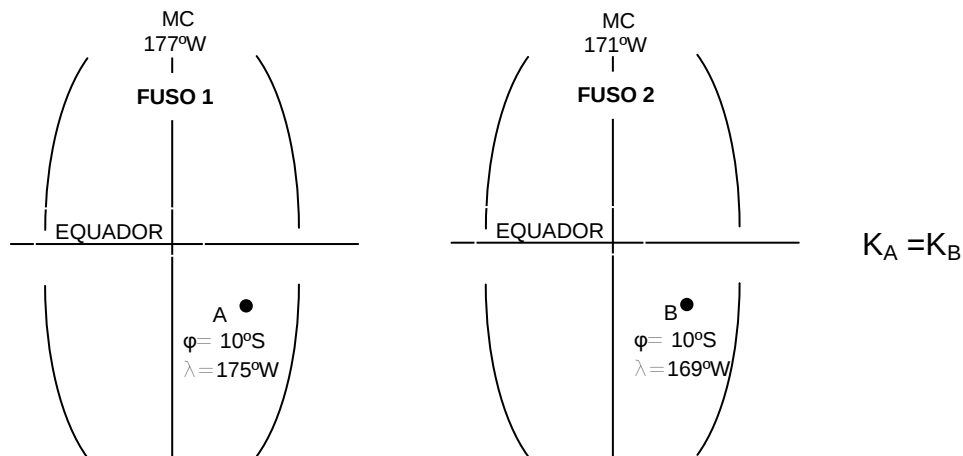


Figura 40: Repetição do fator de escala em diferentes fusos

O Fator K pode ser calculado em função das coordenadas geodésicas do ponto pela seguinte equação:

$$K = \frac{K_0}{\sqrt{1 - [\cos \varphi \cdot \sin(\lambda - MC)]^2}}$$

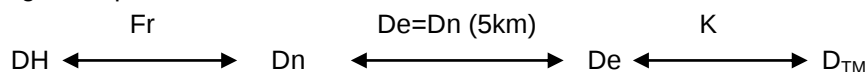
Sendo,
 K_0 : fator de escala mínimo da projeção TM
 φ : latitude geodésica do ponto
 λ : longitude geodésica do ponto
 MC: Meridiano Central do fuso da projeção TM

França (2015) desenvolveu e apresentou uma formulação simplificada para o cálculo do Fator K em função da coordenada X (TM) do ponto com a seguinte equação genérica:

$$K = (X - X_0)^2 \cdot 1,23 \cdot 10^{-14} + K_0$$

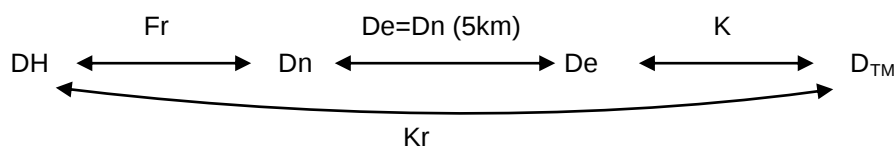
Sendo,
 X: coordenada X do ponto na projeção TM
 X_0 : coordenada X do Meridiano Central do fuso da projeção TM
 K_0 : fator de escala mínimo da projeção TM

Observamos que o K varia em função das coordenadas. Portanto numa determinada distância, o K a ser utilizado deve ser o K médio do alinhamento. Portanto, para projetarmos a DH para o Plano TM, teremos que executar os seguintes passos:



Para facilitar os cálculos, podemos calcular um fator que combina o Fr e o K e que chamaremos de Kr (Fator Combinado).

$$K_r = K \cdot Fr$$



$$D_{TM} = DH \cdot K_r$$

No site <http://agrimensura.florianopolis.ifsc.edu.br> há duas planilhas eletrônicas disponíveis para o cálculo do K, uma a partir de coordenadas geodésicas e outra a partir de coordenadas UTM.

Perceba que para calcular o fator K, é necessário ter as coordenadas do ponto. Mas para ter as coordenadas do ponto você precisa do K. Portanto matematicamente é impossível a solução desta forma simplificada. Para resolver o problema, a solução é calcular a coordenada utilizando a DH na qual denominamos “Pseudo UTM” ou “Falsa UTM”. Como a falsa UTM estará próxima da UTM correta, o K será na prática o mesmo, tendo variação em casas decimais insignificantes. Portanto de posse da coordenada “Pseudo UTM”, transformamos ela pra “Pseudo Geodésica” para então calcular o K do ponto.

Para distâncias menores que 500m, a variação do K entre a estação e o K médio é desprezível, e, portanto, poderemos utilizar o K da estação, sem precisar fazer o cálculo das pseudo coordenadas.

6.2.4 Orientação do Sistema

Norte Verdadeiro ou Geográfico: Direção ao Polo Norte Físico da Terra. Não podemos considerar as direções ao Norte Verdadeiro como sendo paralelo em qualquer ponto do sistema.

Norte Geodésico: Direção ao Polo Norte do *Datum*. O *Datum* sendo geocêntrico, o Norte Geodésico é igual ao Norte Verdadeiro. Não podemos considerar as direções ao Norte Geodésico como sendo paralelo em qualquer ponto do sistema.

Norte Magnético: Direção ao Polo Norte Magnético, polo este que concentra um enorme campo magnético e atrai as bússolas indicando sua direção. Não podemos considerar as direções ao Norte Magnético como sendo paralelo em qualquer ponto do sistema.

Norte de Quadricula: Norte utilizado no sistema TM, pois é paralelo quem qualquer lugar do fuso.

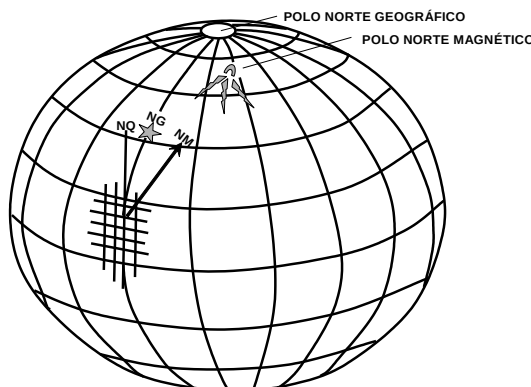


Figura 41: Nortes geográfico, magnético e de quadricula

O ângulo formado a partir do Norte Verdadeiro até o Norte Magnético chama-se **Declinação Magnética**. A Declinação Magnética varia com a posição geográfica e com a data. O Norte magnético está em constante mutação. Ao realizar qualquer medição com bússola, é conveniente que fique registrado a data da medição, para que em uma data futura possa se atualizar esta direção que não é estática.

Geodesicamente as direções ao Norte verdadeiro não são paralelas entre si. Elas convergem para um ponto da superfície (Pólo Norte). Para que possamos gerar um sistema de coordenadas Plano Retangular, precisamos de uma direção norte de referência que seja paralelo em qualquer ponto da projeção. Este norte próprio dos sistemas TM é denominado **Norte de Quadricula**.

O ângulo formado a partir do Norte Verdadeiro até o Norte de Quadricula chama-se **Convergência Meridiana (c)**.

Para o cálculo da Convergência Meridiana, podemos utilizar a fórmula abaixo. É uma aproximação que normalmente fica na ordem do segundo.

$$c = (\lambda - MC) \cdot \sin \phi$$

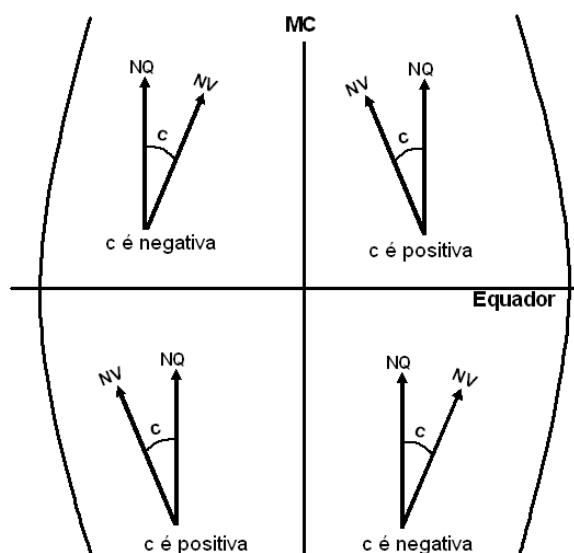


Figura 42: Convergência meridiana na projeção TM

No site <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura> são disponibilizadas duas planilhas eletrônicas para o cálculo da convergência, uma a partir de coordenadas geodésicas e outra a partir de coordenadas UTM.

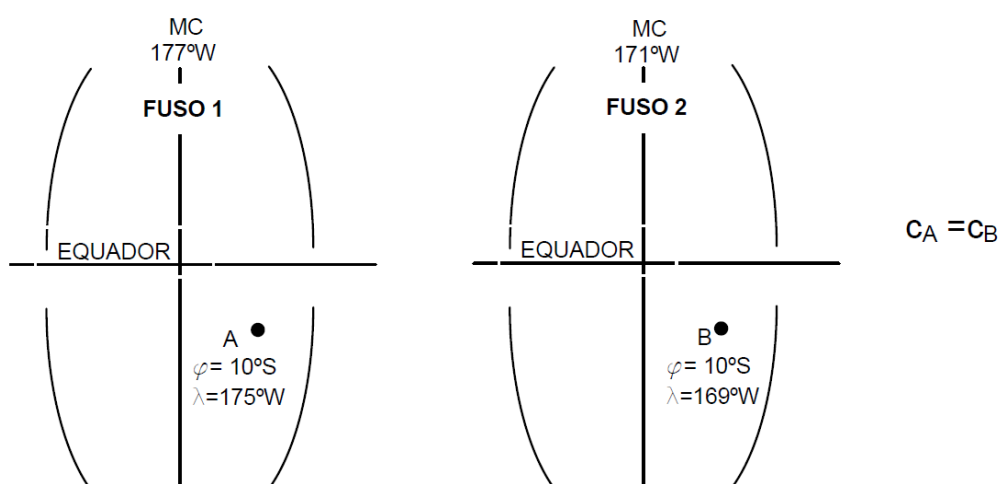


Figura 43: Repetição da convergência meridiana em diferentes fusos

onde:

c = convergência meridiana

φ = latitude do ponto

λ = longitude do ponto

Sabendo a Convergência Meridiana (c) e a Declinação Magnética (d), podemos aplicar as fórmulas abaixo para calcular os azimutes:

$$AZV_{1-2} = AZQ_{1-2} + c_1$$

$$AZM_{1-2} = AZV_{1-2} - d_1$$

A declinação magnética pode ser calculada usando o software gratuito DMAG 2010 desenvolvido por Luiz Ricardo Mattos. Este software recebeu atualizações até 31/12/2014 e pode ser baixado do site <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura>. Outra opção para o cálculo da declinação magnética é o acesso ao site americano do NOAA (Administração Nacional de Oceanos e Atmosfera), que fornece uma ferramenta online através do link <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/> com resultados em graus e minutos para qualquer localização no planeta.

Sabemos que uma boa bússola, nos dá uma precisão de alguns graus. Portanto o cálculo do AZV nunca deve ser feito partindo-se do AZM medido com bússola.

6.3 UTM (Universal Transversa de Mercator)

O sistema de projeção UTM é o sistema mais utilizado para a confecção de mapas. É o recomendado pela UGGI (União de Geodésia e Geofísica Internacional).

Sua amplitude é de 6° de longitude, formando um conjunto de 60 fusos UTM no recobrimento terrestre total.

Os Fusos são numerados a partir do Anti-meridiano de Greenwich (longitude -180°) e de oeste para leste.

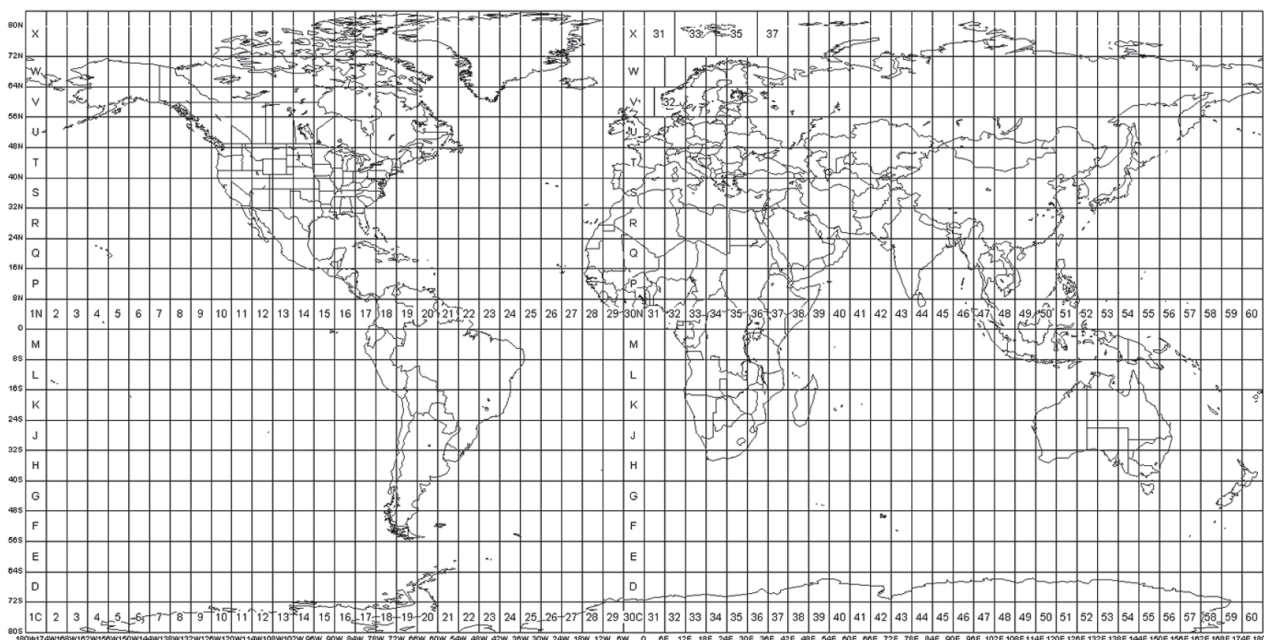


Figura 44: Fusos UTM

No Brasil temos o fuso 18 passando pela ponta do Acre até o fuso 25 passando por Fernando de Noronha.

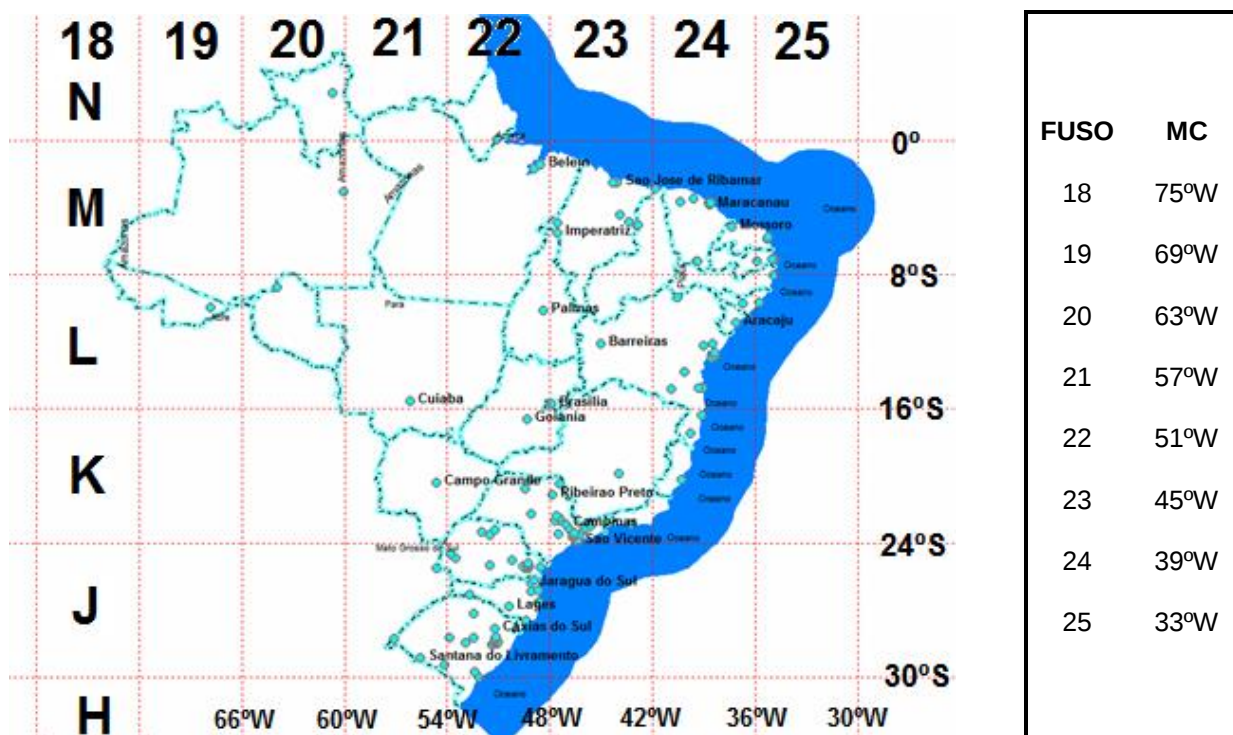


Figura 45: Fusos UTM e MC no Brasil

Apenas os estados de SC, ES, SE e CE estão totalmente dentro de um único fuso.

Cada Fuso é mapeado separadamente no Hemisfério Sul e no Hemisfério Norte.

Em casos de áreas abrangidas por 2 fusos tem-se 2 soluções:

1) trabalhar como 2 mapeamentos distintos, caso a área seja muito grande, pois os fusos mapeados não são contíguos.

2) extrapolar o fuso em até 30' na tentativa de abranger toda a área, que no Equador 30' equivalem a aproximadamente 55km.

Os limites de atuação dos fusos na latitude são 80°S e 84°N. Além destes limites a UTM não é indicada, devido a repetições das áreas mapeadas nos fusos.

Para calcular o fuso em função da longitude de um ponto qualquer, utilize a equação:

$$F = \text{int} \left(\frac{\lambda}{6^\circ} \right) + 31$$

Para calcular o MC em função da longitude de um ponto qualquer, utilize a equação:

$$MC = \text{int} \left(\frac{\lambda}{6^\circ} \right) \cdot 6^\circ + 3^\circ$$

Para calcular o MC em função do fuso, utilize a equação:

$$MC = (F - 31) \cdot 6^\circ + 3^\circ$$

A função “int” é o inteiro de um número. Por exemplo, inteiro de 3,46 é 3. Muita atenção nos números negativos, pois o inteiro de -7,93 é -8 e não -7.

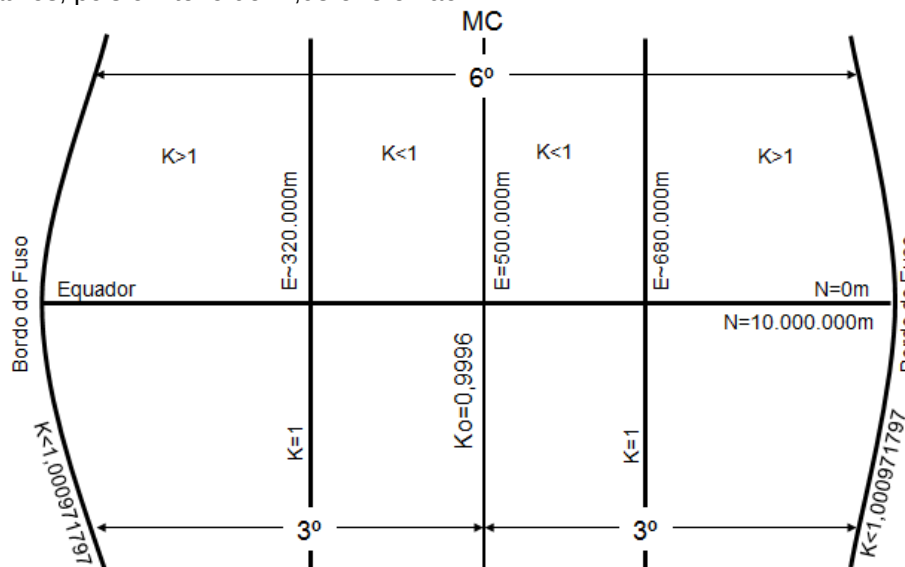


Figura 46: Parâmetros da projeção UTM

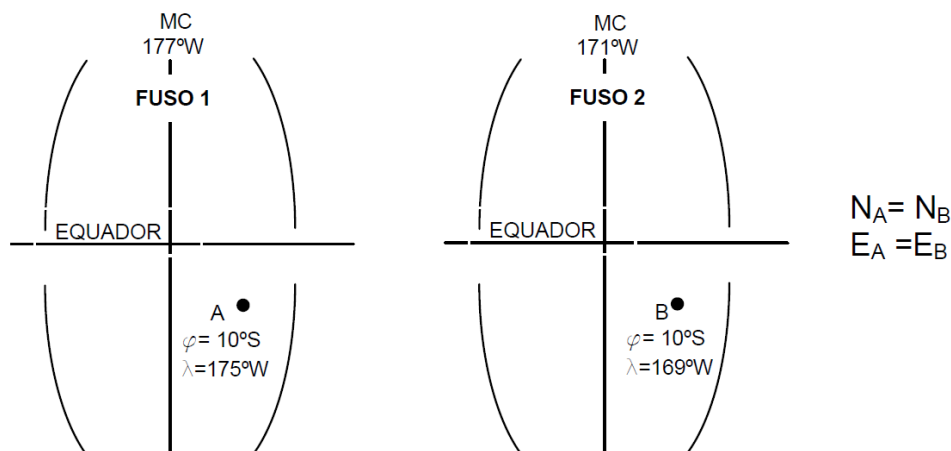


Figura 47: Repetição das coordenadas UTM em diferentes fusos

6.4 RTM (Regional Transversa de Mercator)

O Sistema RTM possui amplitude de 2°, formando um conjunto de 180 fusos RTM no recobrimento terrestre total. Cada Fuso é mapeado separadamente no Hemisfério Sul e no Hemisfério Norte. Os Fusos são numerados a partir do Anti-meridiano de Greenwich (longitude -180°) e de oeste para leste.

Em Santa Catarina temos o fuso 64 passando pelo Extremo Oeste até o fuso 66 passando pelo Litoral.

Em casos de áreas abrangidas por 2 fusos tem-se 2 soluções:

1) trabalhar como 2 mapeamentos distintos, caso a área seja muito grande, pois os fusos mapeados não são contíguos

2) extrapolar o fuso em até 10' na tentativa de abranger toda a área, que no Equador 10' equivalem a aproximadamente 18km;

Os limites de atuação dos fusos na latitude são 80°S e 80°N. Além destes limites a RTM não é indicada.

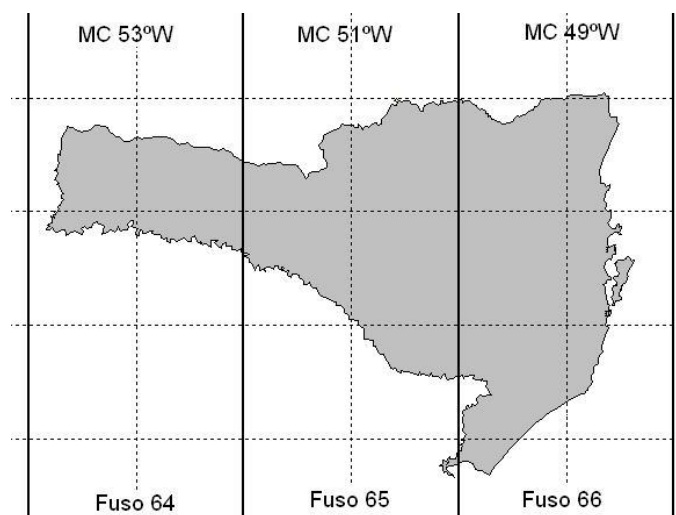


Figura 48: Fusos RTM em Santa Catarina

Para calcular o fuso em função da longitude de um ponto qualquer, utilize a equação:

$$F = \text{int} \left(\frac{\lambda}{2^\circ} \right) + 91$$

Para calcular o MC em função da longitude de um ponto qualquer, utilize a equação:

$$MC = \text{int} \left(\frac{\lambda}{2^\circ} \right) \cdot 2^\circ + 1^\circ$$

Para calcular o MC em função do fuso, utilize a equação:

$$MC = (F - 91) \cdot 2^\circ + 1^\circ$$

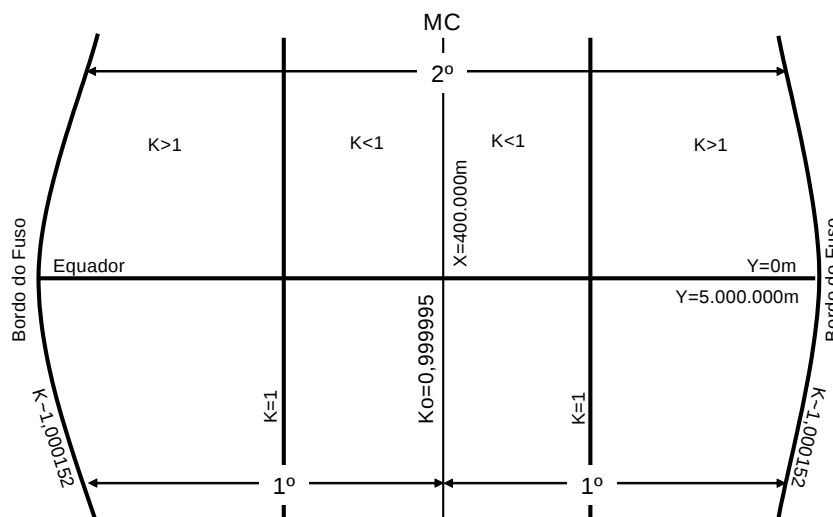


Figura 49: Parâmetros da projeção RTM

6.5 LTM (Local Transversa de Mercator)

Sistema utilizado no Brasil para projetos, mas esta definição não tem sustentação técnica. Sua amplitude é de 1° , formando um conjunto de 360 fusos LTM no recobrimento terrestre total. Cada Fuso é mapeado separadamente no Hemisfério Sul e no Hemisfério Norte. Os Fusos são numerados a partir do Anti-meridiano de Greenwich (longitude -180°) e de oeste para leste.

Em Santa Catarina temos o fuso 127 passando pelo Extremo Oeste até o fuso 132 passando pelo Litoral. Em casos de áreas abrangidas por 2 fusos tem-se 2 soluções:

- 1) trabalhar como 2 mapeamentos distintos, caso a área seja muito grande, pois os fusos mapeados não são contíguos
- 2) extrapolar o fuso em até 5' na tentativa de abranger toda a área, que no Equador 5' equivalem a aproximadamente 9km;

Os limites de atuação dos fusos na latitude são 80°S e 80°N . Além destes limites a LTM não é indicada.

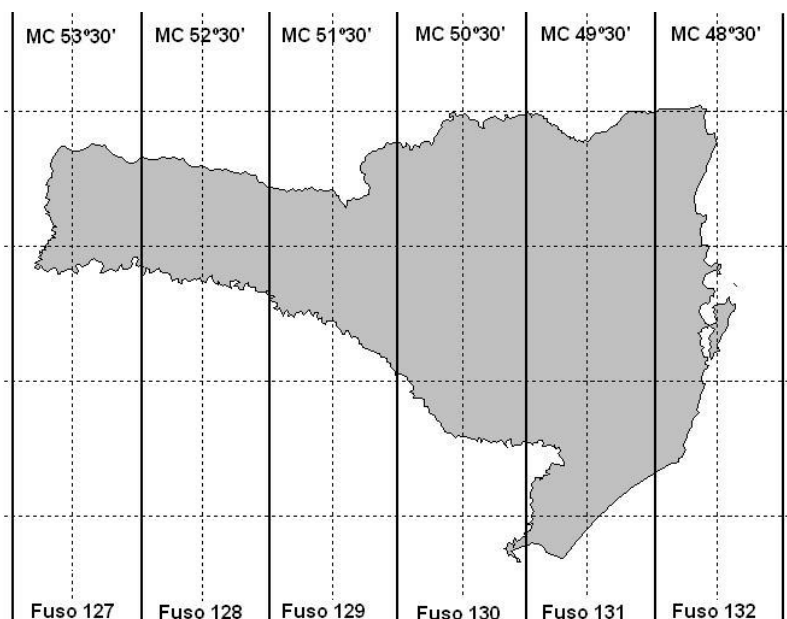


Figura 50: Fusos LTM em Santa Catarina

Para calcular o fuso em função da longitude de um ponto qualquer, utilize a equação:

$$F = \text{int}(\lambda) + 181$$

Para calcular o MC em função da longitude de um ponto qualquer, utilize a equação:

$$MC = \text{int}(\lambda) + 0^\circ 30'$$

Para calcular o MC em função do fuso, utilize a equação:

$$MC = (F - 181) + 0^\circ 30'$$

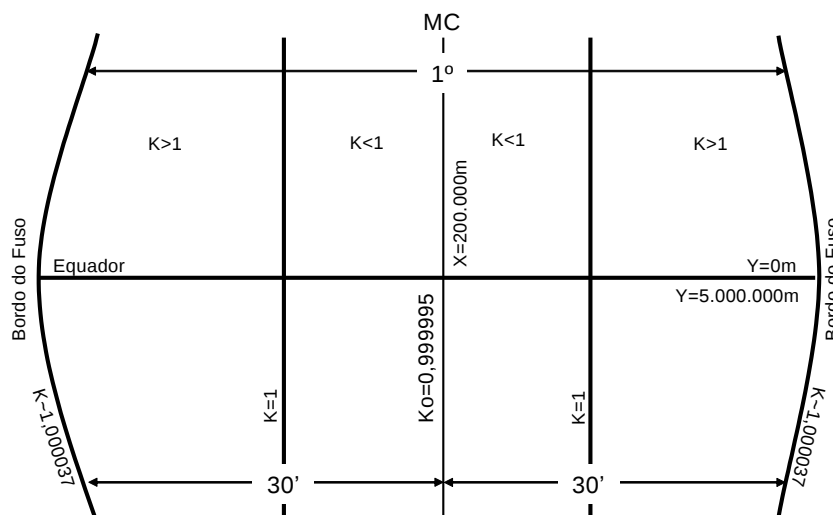


Figura 51: Parâmetros da projeção LTM

6.6 COMPARAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS UTM, RTM E LTM

Como vimos, os sistemas de projeção TM possuem deformações nas distâncias. Estas deformações dependem da altitude (Fr) e das coordenadas (K). A junção destes 2 fatores (Kr) então irá deformar a DH para a D_{TM} .

É comum o entendimento de que o sistema LTM possui menor deformação porque o cilindro de projeção LTM está mais próximo do elipsoide e consequentemente o fator K é mais próximo de 1. Mas esta afirmação é equivocada, pois a deformação da DH depende do K_r e não do K. O sistema que menos deforma será o que mais se aproxima do plano horizontal. Vejamos 3 situações distintas:

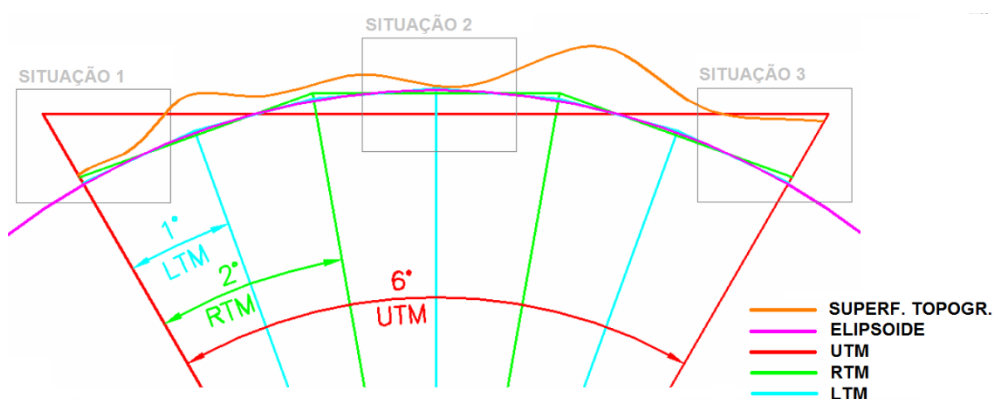


Figura 52: Diferentes situações para projeção TM

Na **SITUAÇÃO 1** o plano horizontal onde a DH foi medida, está mais próximo do cilindro RTM, portanto o sistema que possui menor deformação é o RTM. Observe que neste caso o sistema que possui maior deformação é o UTM, pois é o que está mais afastado do plano horizontal.

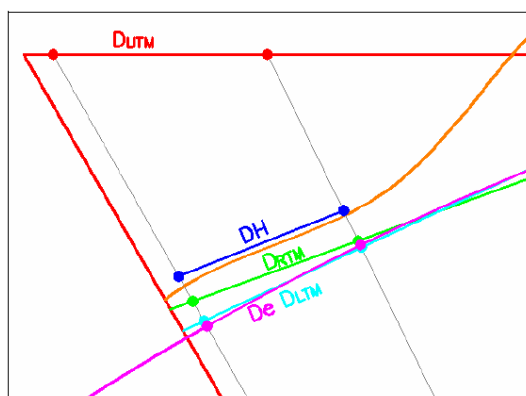


Figura 53: Situação 1

Na **SITUAÇÃO 2** o plano horizontal onde a DH foi medida, está mais próximo do cilindro LTM, portanto o sistema que possui menor deformação é o LTM. Observe que neste caso o sistema que possui maior deformação é o UTM, pois é o que está mais afastado do plano horizontal.

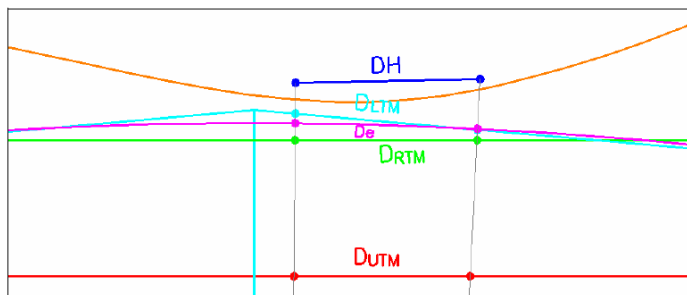


Figura 54: Situação 2

Na **SITUAÇÃO 3** o plano horizontal onde a DH foi medida, está mais próximo do cilindro UTM, portanto o sistema que possui menor deformação é o UTM. Observe que neste caso o sistema que possui maior deformação é o LTM, pois é o que está mais afastado do plano horizontal.

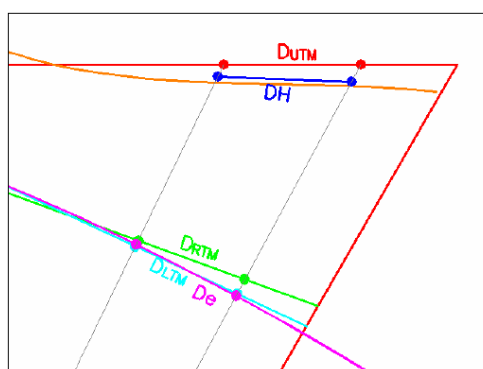


Figura 55: Situação 3

Mas é importante que se entenda que independente do sistema adotado, todos os cálculos deverão ser realizados para evitar erros de cálculo sobre as coordenadas dos pontos. Portanto o trabalho realizado em UTM, RTM ou LTM terão a mesma complexidade.

Para ter-se uma ideia da ordem de grandeza das deformações entre as distâncias horizontais e projetadas em UTM, RTM e LTM ao longo do Estado de Santa Catarina, as figuras abaixo apresentam os resultados obtidos por França (2015).

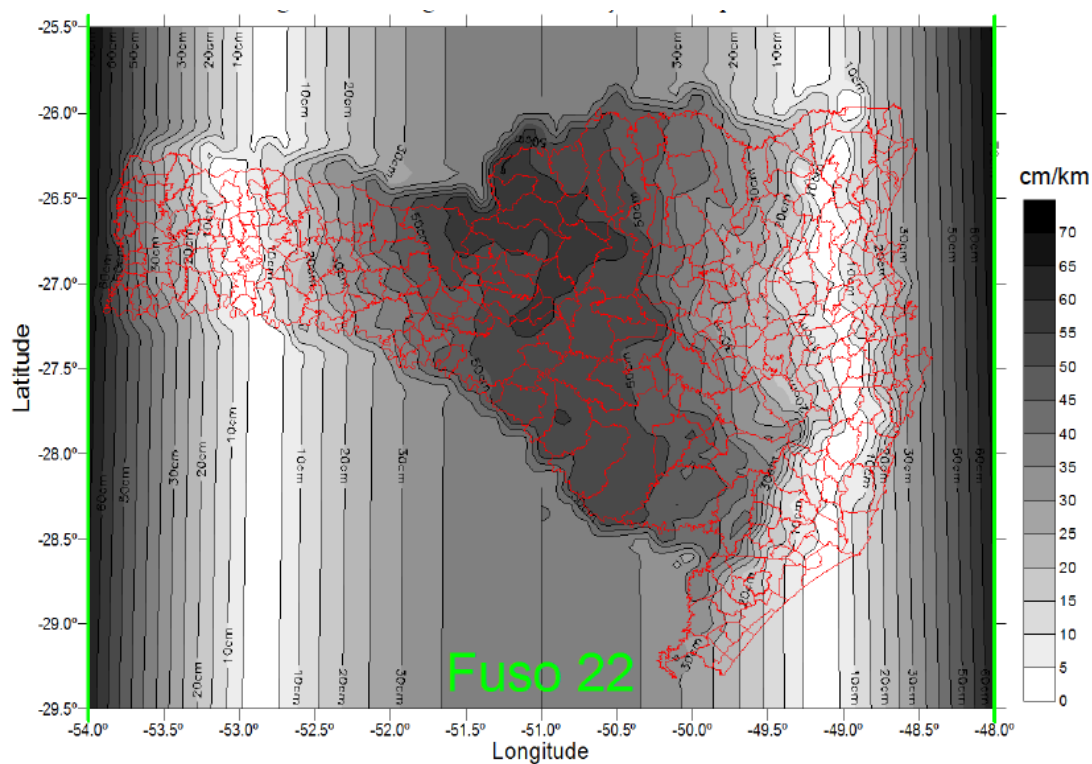


Figura 56: Cartograma da deformação da DH para D_{UTM} . Fonte: (França, 2015)

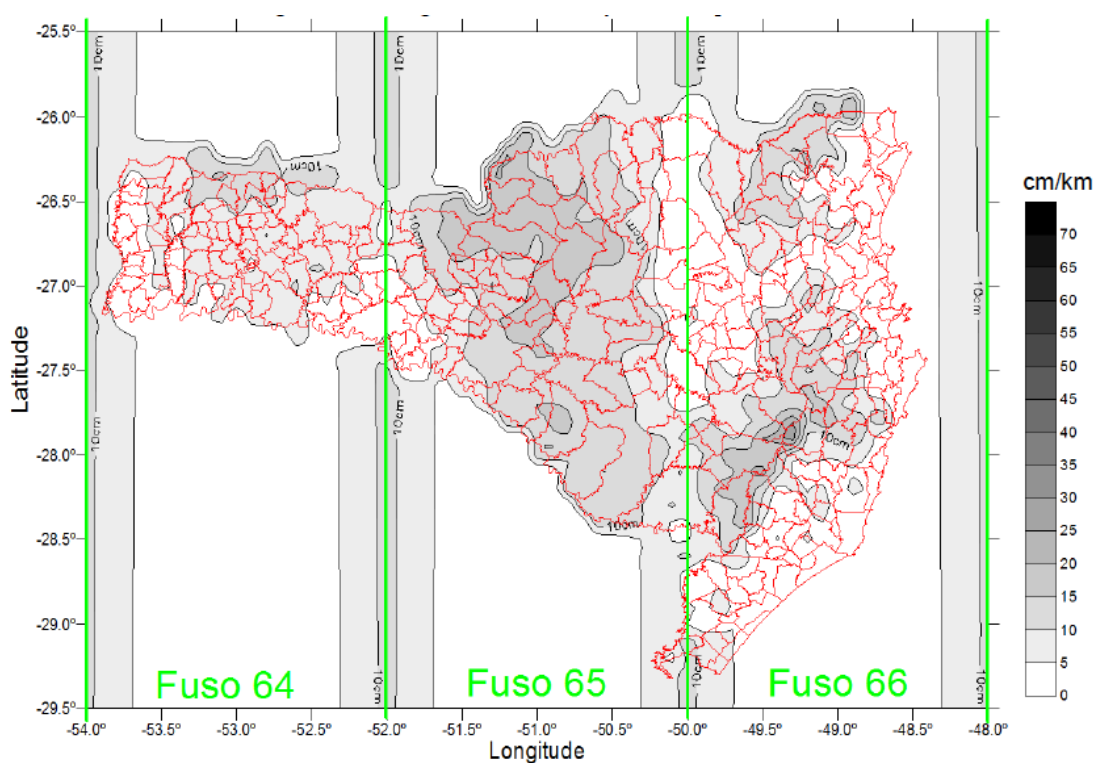


Figura 57: Cartograma da deformação da DH para D_{RTM} . Fonte: (França, 2015)

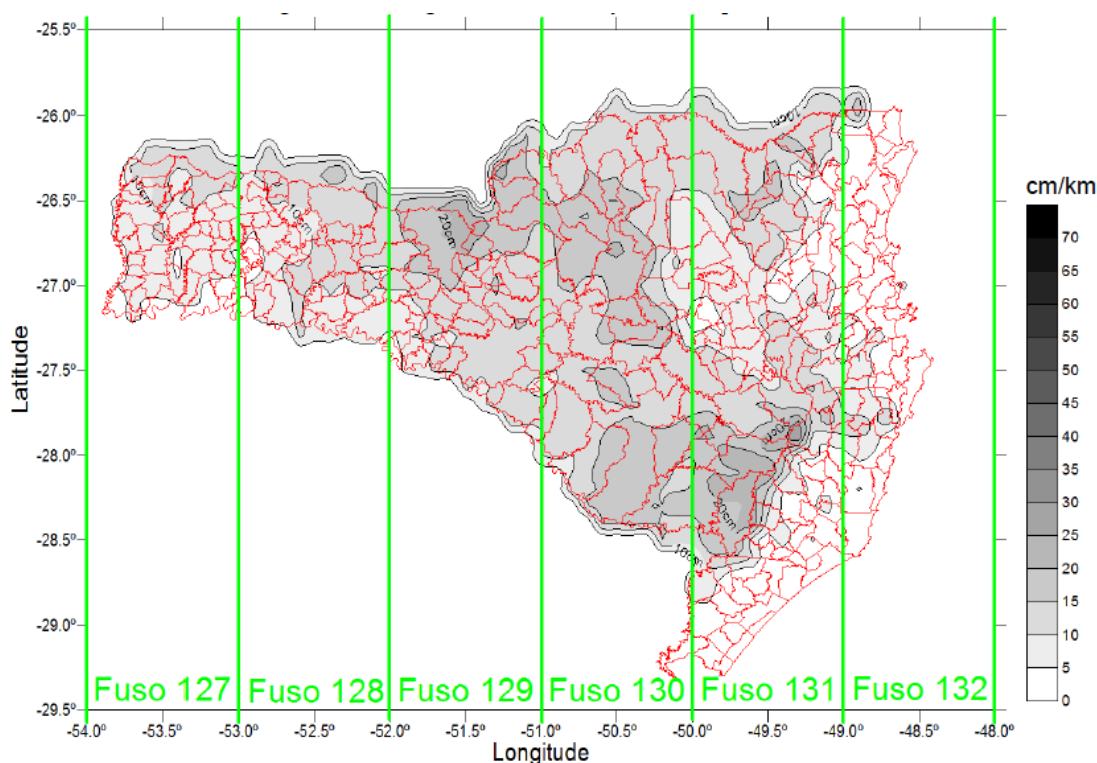


Figura 58: Cartograma da deformação da DH para D_{LTM} . Fonte: (França, 2015)

Para uma análise mais localizada, França (2015) calculou as deformações nos municípios de Florianópolis, Rancho Queimado, Caçador e Xaxim, todos no Estado de Santa Catarina. A escolha levou em consideração diferentes condições de altitude e posição nos fusos UTM, RTM e LTM.

A tabela a seguir demonstra que dependendo da combinação da altitude (responsável pelo fator de redução) e da posição no fuso (responsável pelo fator de escala da projeção), o valor da deformação apresenta valores maiores ou menores para cada projeção diferente, confirmando o exposto anteriormente.

Municípios	DH	Altitude média	Deformação DH → DTM (cm/km)		
			UTM	RTM	LTM
Florianópolis	1000	20	+29,6	+1,3	-0,7
Rancho Queimado	1000	800	-5,4	-13,1	-10,2
Caçador	1000	930	-54,6	-15,1	-12,2
Xaxim	1000	800	-23,9	-10,5	-13,0

Figura 59: Comparação das projeções TM em diferentes localizações. Fonte: (França, 2015)

Portanto, a única vantagem de se adotar um sistema de projeção que tenha menor deformação é quando vamos comparar dados medidos no sistema de projeção utilizado e no plano topográfico. Apesar de ter diferença, ela será menor e, assim, ficaria mais fácil para leigos entenderem as diferenças. Para os profissionais que entendem de geodésia, isso não será problema. Num futuro bem próximo, onde todos os levantamentos serão georreferenciados, esta única vantagem não terá mais sentido.

7 Transformação de Coordenadas

7.1 TRANSFORMAÇÃO DE TM → PTL

A transformação entre os sistemas de projeção TM e o Plano Topográfico local é realizada conforme a seguinte sequência de passos:

- Definir um ponto de origem com coordenadas TM (não precisa estar materializado)
- Definir a altitude do plano topográfico de referência
- Calcular os AZQ e D_{TM} do ponto origem para os demais pontos
- Arbitrar coordenadas de partida no PTL para o ponto de origem
- Converter as D_{TM} em DH, do ponto origem para os demais pontos
- Converter os AZQ em AZV, do ponto origem para os demais pontos
- Calcular as coordenadas no PTL dos pontos

Para demonstrar o processo de transformação de TM para PTL são apresentados a seguir alguns resultados a fim de servirem como um guia do método. Para este exemplo, considere os seguintes pontos com coordenadas UTM 22S SIRGAS2000.

Ponto	E(m)	N(m)	H(m)
1	347832	6983637	683
2	347805	6983630	658
3	347791	6983681	690
4	347828	6983675	661

a) Definir um ponto de origem com coordenadas TM. O ponto não necessariamente precisa fazer parte do levantamento. Neste exemplo, escolhemos um ponto para a origem do PTL em coordenadas aproximadamente no centro da área formada pelos quatro pontos.

Ponto	E(m)	N(m)
0	347814	6983656

b) Definir a altitude do plano topográfico de referência. Considerando a variação de altitudes entre os pontos da área considerada, calcularemos a média das altitudes para a referência das reduções e cálculo do Fr.

$$H_0 = 673m$$

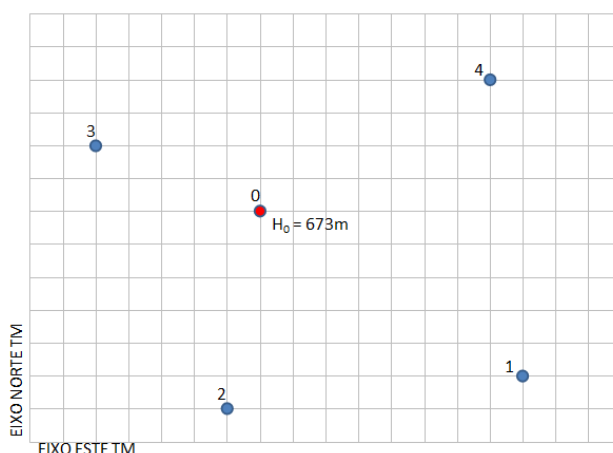


Figura 60: Plano TM e o ponto 0 como origem do PTL e sua altitude definida (passos a e b).

c) Calcular os AZQ e D_{TM} do ponto origem para os demais pontos. Para este passo, pode-se utilizar a função Pol() da calculadora, ou outro método qualquer.

Ponto	AZQ	D_{TM}
1	136°32'53"	26,1725
2	199°05'37"	27,5136
3	317°23'09"	33,9706
4	36°23'04"	23,6008

d) Arbitrar coordenadas de partida no PTL para o ponto de origem. Escolheremos adotar os valores de origem sugeridos pela NBR14166. Outros valores podem ser adotados.

$$X_0 = 150.000 \text{ e } Y_0 = 250.000$$

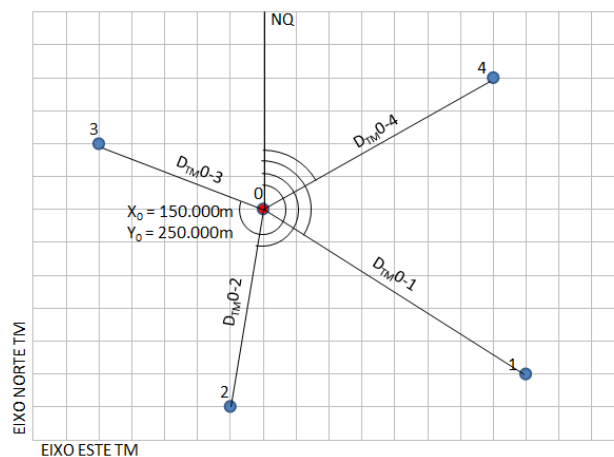


Figura 61: Cálculos de Azimutes de Quadrícula e Distâncias TM e coordenadas de origem do PTL (passos c e d)

e) Converter as D_{TM} em DH, do ponto origem para os demais pontos. Para este passo faz-se necessário calcular os valores do Fr, do K e do Kr.

$$Fr = 0,999894481$$

$$K = 0,999884875$$

$$Kr = 0,999779368$$

Ponto	DH
1	26,1783
2	27,5197
3	33,9781
4	23,6060

f) Converter os AZQ em AZV, do ponto origem para os demais pontos. Este passo é resolvido com o cálculo da convergência meridiana.

$$c = +0^{\circ}42'16''$$

Ponto	AZV
1	137°15'09"
2	199°47'53"
3	318°05'25"
4	37°05'20"

g) Calcular as coordenadas no PTL dos pontos. Com a ajuda da função Shift+Pol() da calculadora, ou de outro método, pode-se calcular as coordenadas transformadas no PTL.

Ponto	X	Y
1	150017,7690	249980,7759
2	149990,6789	249974,1069
3	149977,3040	250025,2864
4	150014,2357	250018,8305

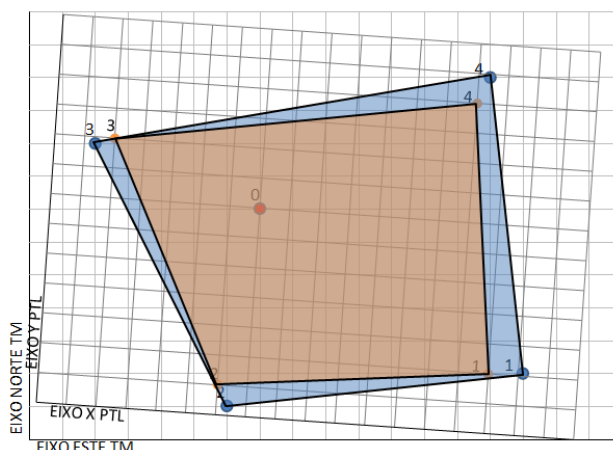


Figura 62: Ilustração da variação de rotação (c) e de escala (efeito do K_r) entre os dois planos (TM e PTL)

Ainda a título de ilustração o cálculo da área limitada pelos pontos nos dois planos apresenta os seguintes resultados:

$$A_{PTL} = 1429,118m^2$$

$$A_{UTM} = 1428,489m^2$$

Os mesmos resultados podem ser obtidos utilizando-se qualquer software topográfico. Demonstraremos a seguir o processo de transformação a partir do software de topografia Datageosis.

Em qualquer software topográfico faz-se necessário configurar os parâmetros geodésicos a fim de que o mesmo consiga realizar as transformações de maneira adequada. No Datageosis tais configurações são feitas acessando o menu *Arquivo > Configurações Gerais* e dentro da janela a aba *Geodésia*.

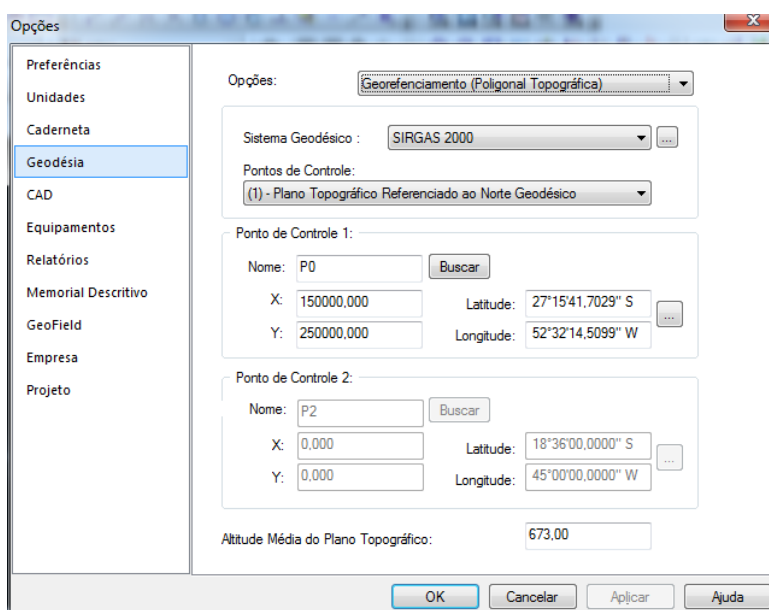


Figura 63: Configurações de Geodésia no software Datageosis

Feita a configuração acima, basta importar um arquivo de texto contendo as coordenadas UTM do exemplo acima. Na importação, o Datageosis fará a transformação entre os planos e apresentará os

resultados em uma caderneta de coordenadas na qual é possível visualizar as coordenadas como geodésicas ou TM.

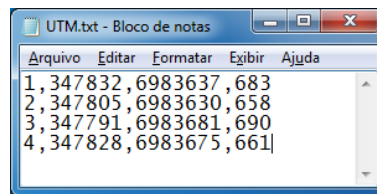


Figura 64: Arquivo de texto contendo as coordenadas UTM dos pontos a serem transformados

Pr	pt 1	ds	x	150017,769	y	249980,777	z	683,000	e	347832,000	n	6983637,000	h	683,00	fu	22 - SUL	cm	0°42'15,309827"	k	0,99988584
Pr	pt 2	ds	x	149990,679	y	249974,108	z	658,000	e	347805,000	n	6983630,000	h	658,00	fu	22 - SUL	cm	0°42'15,766322"	k	0,99988594
Pr	pt 3	ds	x	149977,304	y	250025,287	z	690,000	e	347791,000	n	6983681,000	h	690,00	fu	22 - SUL	cm	0°42'15,949487"	k	0,99988599
Pr	pt 4	ds	x	150014,236	y	250018,831	z	661,000	e	347828,000	n	6983675,000	h	661,00	fu	22 - SUL	cm	0°42'15,339209"	k	0,99988585

Figura 65: Resultado da transformação TM x PTL no software Datageosis

Com a configuração de Geodésia no software é possível verificar os valores calculados da convergência meridiana e fator de escala ponto a ponto. Observe que as diferenças nas coordenadas encontradas entre a transformação feita manualmente ou através do software topográfico são bastante pequenas, da ordem de 1mm, o que é compatível com os arredondamentos feitos e com a magnitude das distâncias tomadas.

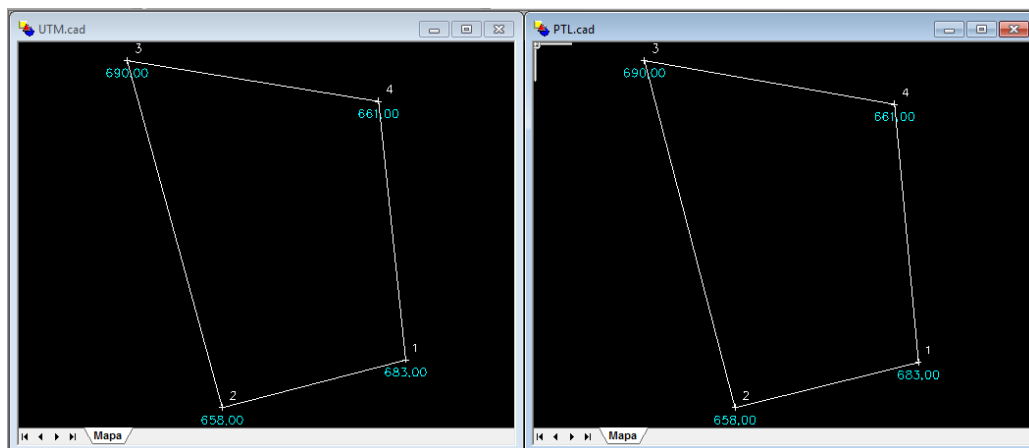


Figura 66: Resultado da projeção da área formada pelos pontos em UTM (esquerda) e PTL (direita)

7.2 TRANSFORMAÇÃO DE PLANO TOPOGRÁFICO (QUALQUER) → TM

A transformação entre coordenadas num Plano Topográfico (qualquer) e os sistemas de projeção TM é realizada conforme a seguinte sequência de passos:

- Definir um ponto de origem (O) no PT que possua coordenadas TM
- Definir um ponto de referência (R) no PT que possua coordenadas TM
- Calcular DH e AZ do ponto origem (O) para os demais pontos, inclusive para o ponto de referência (R)
- Converter DH para D_{TM} do ponto Origem para os demais pontos
- Calcular AZQ_{O-R}
- Calcular a Rotação (ROT), fazendo $ROT = AZQ_{O-R} - AZ_{O-R}$
- Calcular os AZQ, fazendo $AZQ = AZ + ROT$
- Calcular as coordenadas TM dos pontos

Para demonstrar o processo de transformação de TM para PTL são apresentados a seguir alguns resultados a fim de servirem como um guia do método. Para este exemplo, considere os seguintes pontos com coordenadas topográficas.

Ponto	X(m)	Y(m)	H(m)
1	4922	10029	255
2	4875	9891	278
3	5120	9980	301
4	5180	10159	270

a) Definir um ponto de origem (O) no PT que possua coordenadas TM. Neste exemplo, escolhemos o ponto abaixo com coordenadas UTM 22S SIRGAS2000 para ser o ponto de origem do sistema, com suas respectivas coordenadas topográficas.

PONTO	X(m)	Y(m)	E(m)	N(m)
0	5000	10000	346935,8158	6999771,7779

b) Definir um ponto de referência (R) no PT que possua coordenadas TM. Neste exemplo, o ponto de referência com coordenadas TM conhecidas é o seguinte.

PONTO	X(m)	Y(m)	E(m)	N(m)
10	5240,2090	10112,8632	347011,5907	7000026,1067

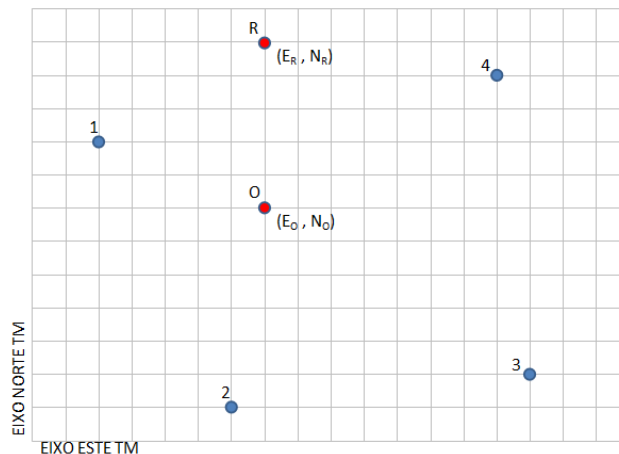


Figura 67: Plano Topográfico, origem e ré (passos a e b)

c) Calcular DH e AZ do ponto origem (O) para os demais pontos, inclusive para o ponto de referência (R). Para este passo, pode-se utilizar a função Pol() da calculadora, ou outro método qualquer.

Ponto	AZ	D _H
10	64°50'00"	265,4025
1	290°23'42"	83,2166
2	228°54'42"	165,8493
3	99°27'44"	121,6553
4	48°32'41"	240,1687

d) Converter DH para DTM do ponto Origem para os demais pontos. Para este passo faz-se necessário calcular os valores do Fr, do K e do Kr.

$$Fr = 0,999956726$$

$$K = 0,999888172$$

$$Kr = 0,999844903$$

Ponto	DH
10	265,3613
1	83,2037
2	165,8236
3	121,6364
4	240,1314

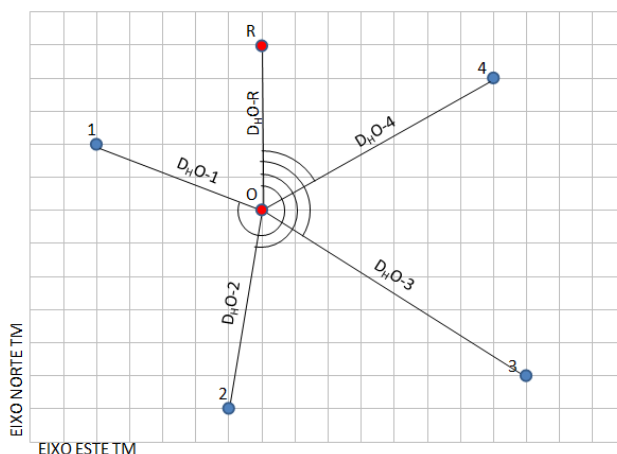


Figura 68: Azimutes e Distâncias Horizontais (passos c e d).

e) Calcular AZQ_{O-R} . A partir das coordenadas TM e com o auxílio da função Pol() da calculadora (ou por outro método), chega-se ao valor do azimuth de quadrícula do ponto de origem (O) para o ponto de referência (R)

$$AZQ_{O-R} = 16^{\circ}35'27''$$

f) Calcular a Rotação (ROT), fazendo $ROT = AZQ_{O-R} - AZO-R$. Observe que se o Plano Topográfico for do tipo Local (PTL), o valor da Rotação será a própria convergência meridiana (c).

$$ROT = -48^{\circ}14'33''$$

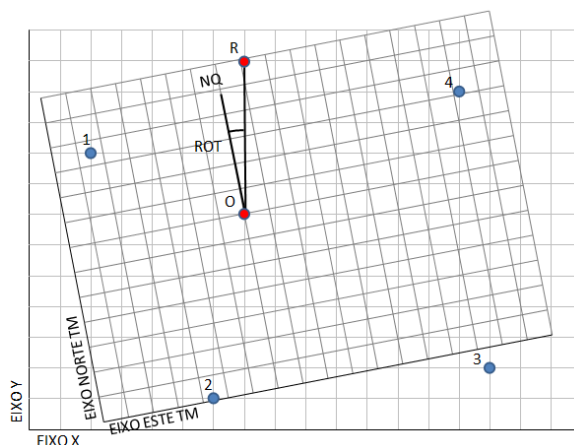


Figura 69: Ilustração do ângulo de rotação (ROT)

g) Calcular os AZQ , fazendo $AZQ = AZ + ROT$.

Ponto	AZQ
1	$242^{\circ}09'09''$
2	$180^{\circ}40'09''$
3	$51^{\circ}13'11''$
4	$0^{\circ}18'08''$

h) Calcular as coordenadas TM dos pontos. Com a ajuda da função Shift+Pol() da calculadora, ou de outro método, pode-se calcular as coordenadas transformadas no plano UTM.

Ponto	E(m)	N(m)
1	346862,2476	6999732,9120
2	346933,8792	6999605,9660
3	347030,6379	6999847,9620
4	346937,0824	7000011,9050

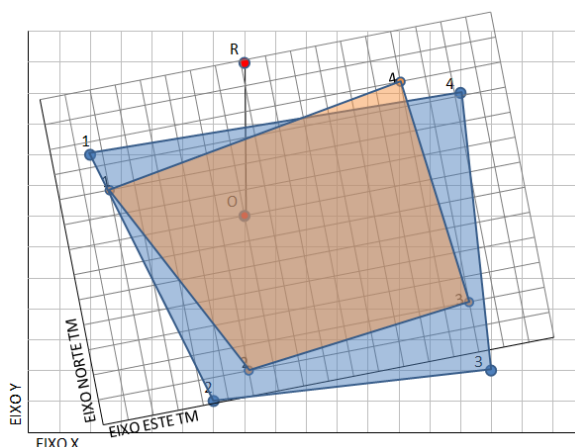


Figura 70: Ilustração da variação de rotação (c) e de escala (efeito do K_r) entre os dois planos (TM e PT)

Ainda a título de ilustração o cálculo da área limitada pelos pontos nos dois planos apresenta os seguintes resultados:

$$A_{PT} = 34004,500m^2$$

$$A_{UTM} = 33993,982m^2$$

Novamente faremos a demonstração do processo de transformação a partir do software de topografia Datageosis. As configurações de Geodésia são feitas acessando o menu *Arquivo > Configurações Gerais* e dentro da janela a aba *Geodésia*. No exemplo atual, como optamos para demonstração por usar um Plano Topográfico qualquer, será necessário indicar ao software que trata-se de um plano NÃO referenciado ao Norte Geodésico, o que vai habilitar o segundo ponto de controle (equivalente ao ponto de referência do método). Se fosse um PTL bastaria um ponto de controle e o próprio software configuraria as transformações com orientação ao Norte Geodésico.

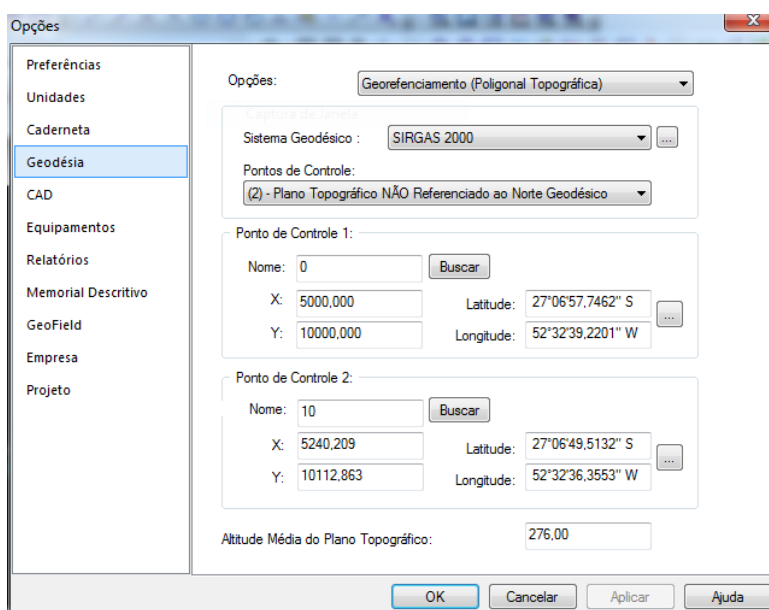


Figura 71: Configurações de Geodésia no software Datageosis

Feita a configuração acima, basta importar um arquivo de texto contendo as coordenadas topográficas do exemplo acima, ou digitá-las em uma nova caderneta de coordenadas. Na importação, o Datageosis fará a transformação entre os planos e apresentará os resultados em uma caderneta de coordenadas na qual é possível visualizar as coordenadas como geodésicas ou TM.

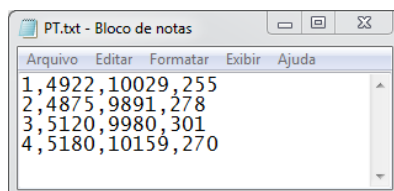


Figura 72: Arquivo de texto contendo as coordenadas topográficas dos pontos a serem transformados

Pr	pt 1	ds	x	4922,000	y	10029,000	z	255,000	e	346862,246	n	6999732,914	h	255,00	fu	22 - SUL	cm	0°42'15,609504"	k	0,99988950
Pr	pt 2	ds	x	4875,000	y	9891,000	z	278,000	e	346933,876	n	6999605,967	h	278,00	fu	22 - SUL	cm	0°42'14,548830"	k	0,99988923
Pr	pt 3	ds	x	5120,000	y	9980,000	z	301,000	e	347030,638	n	6999847,963	h	301,00	fu	22 - SUL	cm	0°42'12,709646"	k	0,99988886
Pr	pt 4	ds	x	5180,000	y	10159,000	z	270,000	e	346937,084	n	7000011,907	h	270,00	fu	22 - SUL	cm	0°42'14,096715"	k	0,99988922

Figura 73: Resultado da transformação PT x TM no software Datageosis

Observe que as diferenças nas coordenadas encontradas entre a transformação feita manualmente ou através do software topográfico são bastante pequenas, da ordem de até 3mm, o que é compatível com os arredondamentos feitos e com a magnitude das distâncias tomadas.

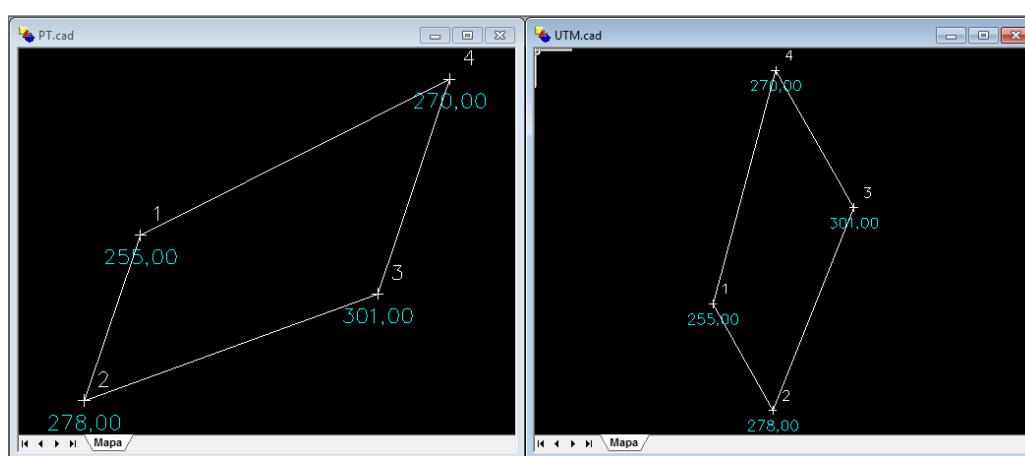


Figura 74: Resultado da projeção da área formada pelos pontos em UTM (esquerda) e PT (direita)

7.3 Legislação Vigente

A legislação no Brasil ainda é muito pobre em relação à legislação dos sistemas de projeção utilizados.

A NBR14166 especifica que se deve utilizar o PTL como referência. Já o INCRA, define como sendo o SGL. O IBGE utiliza para a cartografia sistemática nacional a projeção UTM.

Cada órgão acaba por definir, ao seu critério, o sistema de projeção que acha mais conveniente, assim como (infelizmente) também o *Datum*.

A tendência natural logicamente é a adoção do SIRGAS2000 como único Sistema Geodésico de Referência.

8 ALTIMETRIA

Como vimos em módulos anteriores, Datum Vertical é um ponto que serve de referência para as altitudes.

No caso do SGB, as altitudes adotadas podem ser de 3 tipos: **Normal**, **Geométrica**, ou **Ortométrica**.

8.1 Altitude normal - H^N

Na implantação do Sistema Geodésico de Referência Altimétrico (SGRA) existe a necessidade de ajustamento das observações oriundas do tradicional nivelamento geométrico de alta precisão. Ocorre que devido à grande distância de abrangência de uma rede de RRNN a nível nacional, existe a influência da gravimetria, onde o valor desta deve entrar na composição de cálculos e ajustamentos.

No ano de 2018, o IBGE publicou um ajustamento considerando as medições gravimétricas onde antes era apenas teórica. O ajustamento denominado REALT-2018, oficializou a altitude normal como sendo a altitude com melhor sentido físico e que considera a gravidade local medida em cerca de 20% das RRNN, tendo as demais interpoladas. Com isso espera-se ter redução de inconsistência entre levantamentos, principalmente os que possuem grandes extensões e também permitir a integração entre redes internacionais.

Sendo o geoide a superfície coincidente com o nível médio do mar (sem perturbação), seu uso como superfície de referência exigiria a medição da gravidade média da vertical no local, ou seja, dentro da crosta terrestre, o que é na prática impossível. Segundo recomendações internacionais, a forma de se aproximar do geoide é então usar as medições gravimétricas sobre as RRNN para criar um modelo matemático denominado quase-geoide.

A altitude normal (H^N) utiliza então o quase-geoide como superfície de referência e é a altitude que deve ser utilizada para os levantamentos topográficos altimétricos vinculados ao SGB.

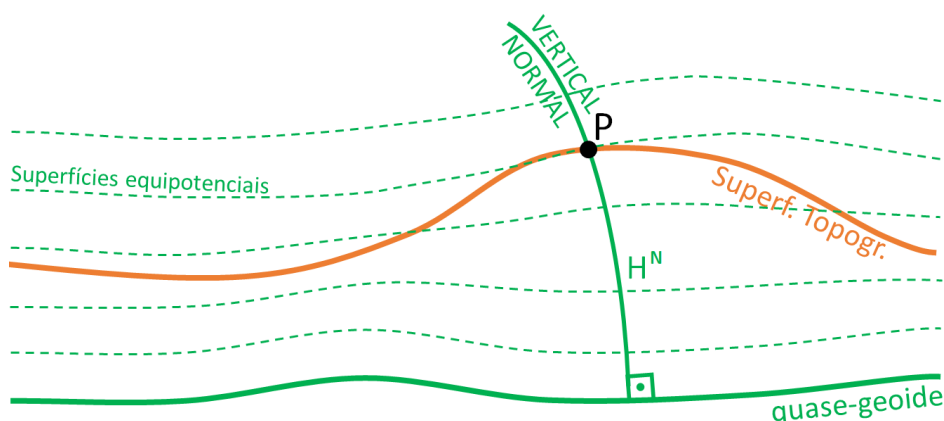


Figura 75: Representação da superfície topográfica, quase-geoide, vertical normal e altitude normal

A decisão do IBGE para adoção da altitude normal foi baseada nas recomendações do Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS).

8.2 Altitude geométrica (ou altitude elipsoidal)

São as altitudes referenciadas ao elipsoide (calculadas geometricamente) e medidas a partir de sistemas de posicionamentos por satélites.

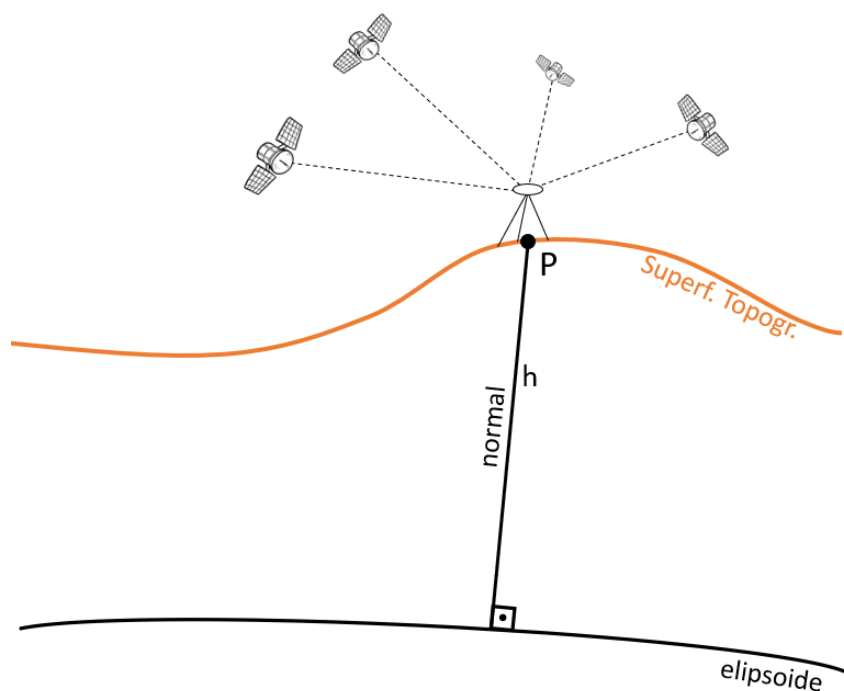


Figura 76: Ilustração do Rastreo GNSS, altitude geométrica, elipsoide e a Normal.

Mudando de Datum, mudaremos de altitude geométrica.

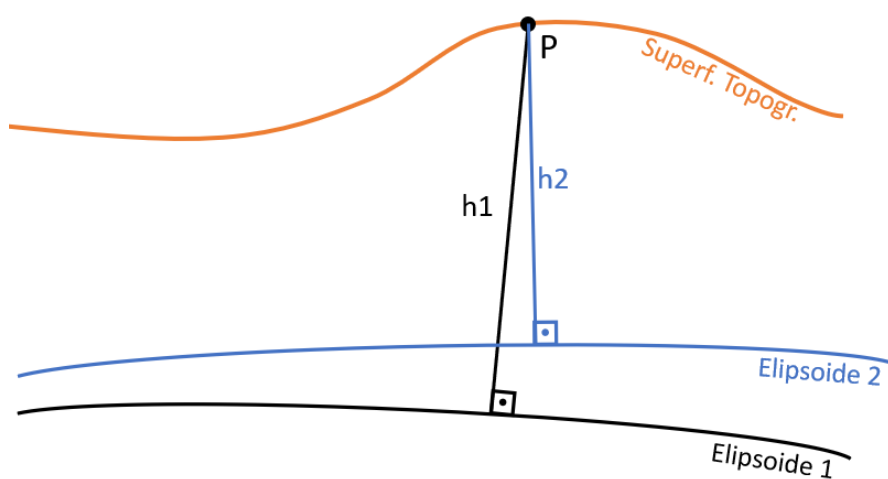


Figura 77: Exemplo de elipsoides distintos e respectivas altitudes geométricas.

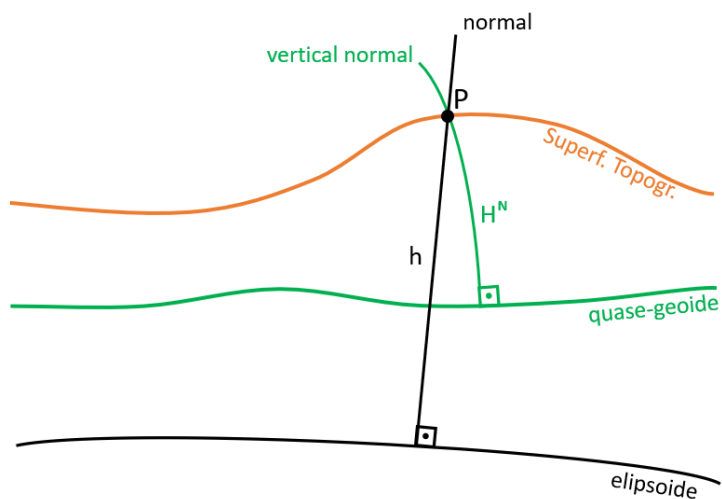


Figura 78: altitude geométrica e altitude normal de um ponto.

8.3 Altitude normal-ortométrica ou ortométrica – H^{ORT}

São as altitudes referenciadas ao geoide (nível médio do mar). Para serem determinadas fisicamente, dependem de medições da gravidade média na vertical juntamente com a medição do nivelamento geométrico. Este procedimento na prática se torna inviável, pois para se obter a gravidade média da vertical, seria necessário medi-la dentro da crosta terrestre, que fisicamente é difícil, para não dizer impossível. Frente às diferenças encontradas na prática, acaba por ser viável apenas em casos muito específicos.

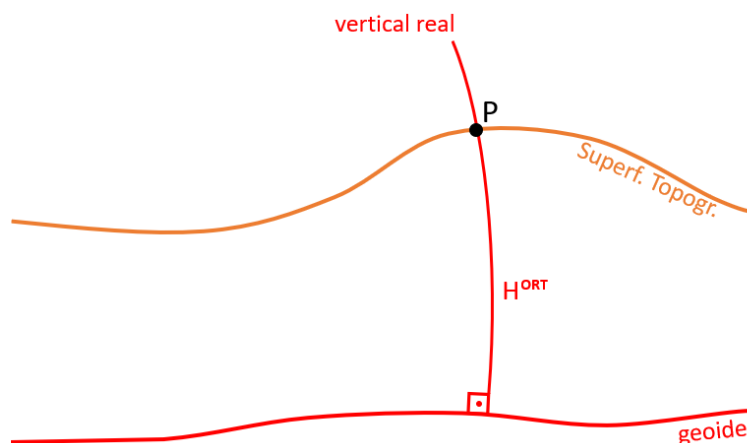


Figura 79: Altitude ortométrica de um ponto.

Como ainda não tínhamos no Brasil densidade suficiente de estações gravimétricas, o IBGE adotou um modelo de gravidade teórica ou normal, o que associado aos ajustamentos dos nivelamentos geométricos realizados, obtém-se as altitudes normais-ortométricas, que foram chamadas somente de ortométricas até julho de 2018.

Com as medições gravimétricas nas RRNN ao longo de todo o território brasileiro numa grande densidade (20% das RRNN), foi possível incluí-las no ajustamento dos nivelamentos geométricos e então passar a adotar as altitudes normais. Por este motivo, as altitudes normais-ortométricas (ou somente ortométricas como eram chamadas) não são mais usadas no Brasil.

Assim, as altitudes normais resultantes do REALT-2018 são referidas ao quase-geoide, enquanto a superfície de referência das altitudes normais-ortométricas dos ajustamentos anteriores não têm denominação específica, sendo uma aproximação do geoide (IBGE, 2018).

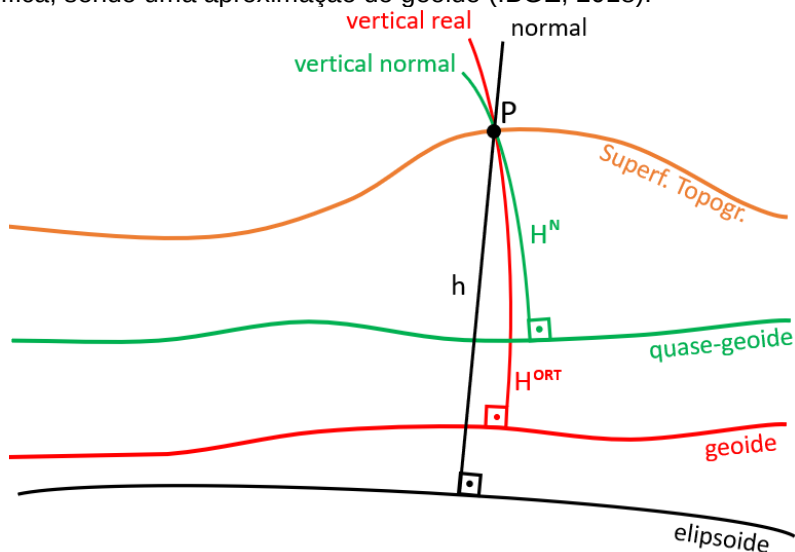


Figura 80: Altitudes normal, geométrica e normal-ortométrica (ortométrica).

8.4 Anomalia de altitude (ζ)

A Anomalia de altitude (ζ - zeta) é a distância entre o elipsoide e o quase-geoide.

Até o final de 2018 o IBGE ainda não havia publicado o modelo matemático para o cálculo da anomalia de altitude.

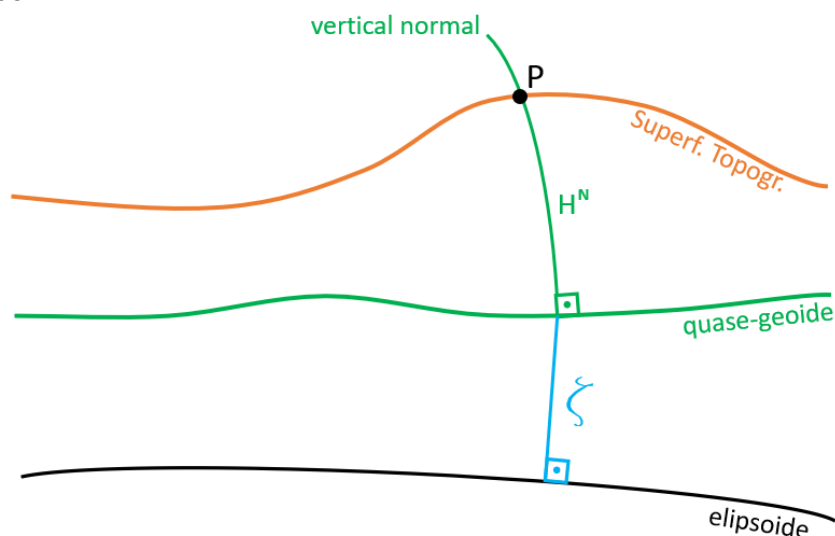


Figura 81: Anomalia da altitude entre o elipsoide e o quase-geoide.

8.5 Ondulação geoidal (N)

A ondulação geoidal, também conhecida como altura geoidal, é a distância entre o elipsoide e o geoide.

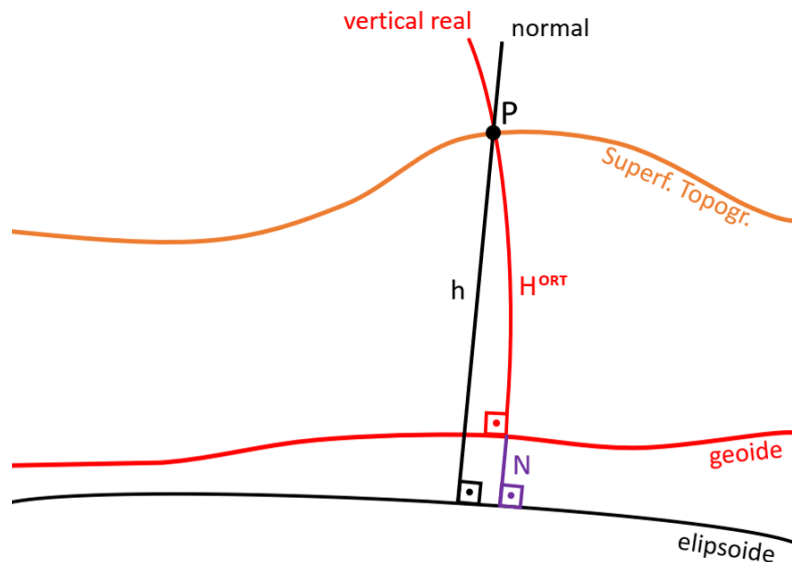


Figura 82: Ilustração da ondulação geoidal

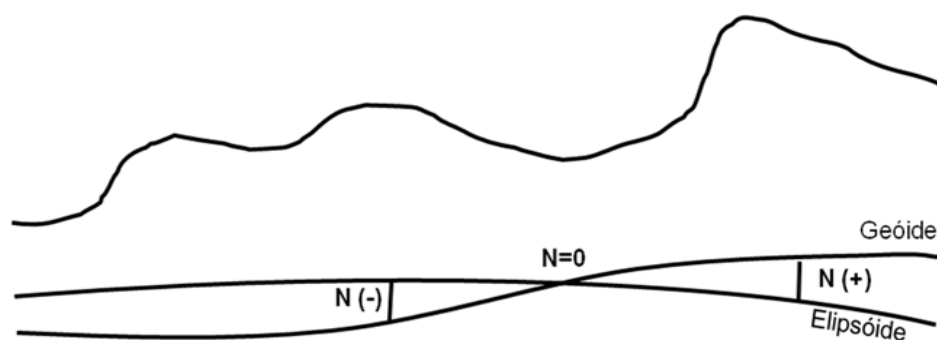


Figura 83: ondulação geoidal pode ser positiva ou negativa

O IBGE publica o mapa geoidal para ilustrar os valores da ondulação geoidal ao longo do território nacional, mas possui escala muito pequena para fazer uma interpolação segura. Em novembro de 2015 foi publicada a última versão do mapa geoidal brasileiro, antes dessa versão usava-se o modelo geoidal de 2010. A seguir a figura representando o mapa geoidal de 2015.

Modelo de Ondulação Geoidal - MAPGEO2015

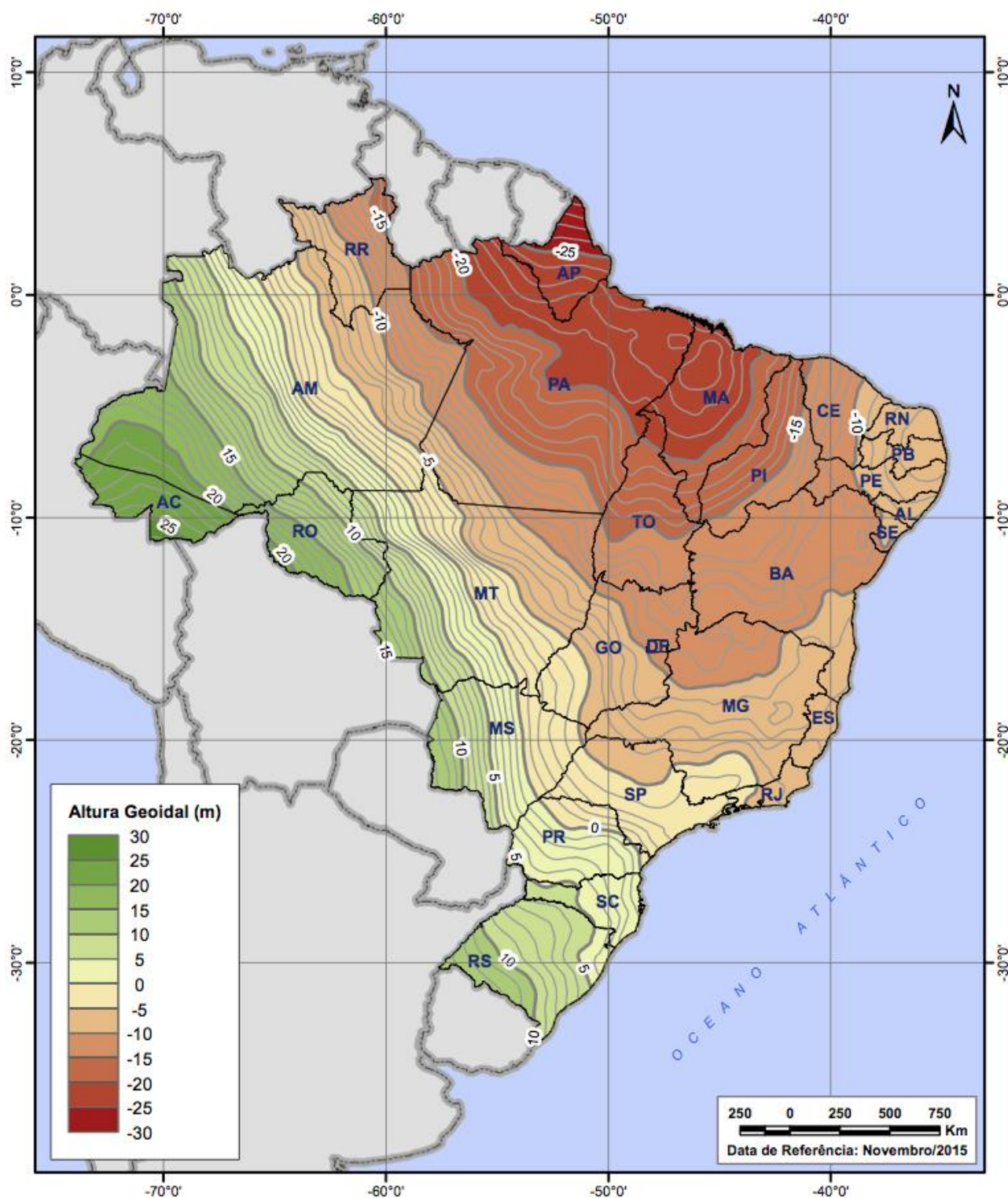


Figura 84: Mapa geoidal de 2015. Fonte: IBGE (2015)

Para a obtenção de N, utilizamos softwares para interpolação.

No Brasil, o software oficial utilizado para fazer obter a ondulação geoidal é o MAPGEO2015, disponibilizado pelo IBGE. Mas no Brasil o modelo ainda não tem grande precisão. Em testes comparativos do modelo geoidal com pontos implantados por GNSS e nivelados, pode-se identificar algumas discrepâncias conforme apresentado no cartograma a seguir.



Figura 85: Mapa de discrepância entre MAPGEO2015 e os pontos GNSS e RNs. Fonte: IBGE (2015)

Podemos ver no cartograma que temos discrepâncias de até $\pm 0,5$ m em pontos isolados no Brasil.

Nesta versão a precisão do modelo Geoidal é de ± 170 mm absoluta e a relativa não foi informada.

Analisando estatisticamente, 61% do território nacional possui erro menor que 20cm e 91% possui erro menor que 40cm.

Em relação à precisão relativa, o IBGE deixou de divulgar os valores dos modelos geoidais. O último divulgado foi o do modelo MAPGEO2004, que era de 1cm/km (10ppm). Os modelos geoidais MAPGEO2010 e MAPGEO2015 não tiveram valores de precisão relativa divulgados, entretanto, com a melhora significativa da precisão absoluta, estima-se que ocorreu também uma melhora nos valores de precisão relativa. Nesse sentido, dois estudos recentes obtiveram resultados próximos por metodologias distintas.

O artigo publicado por Araújo *et al.* (2016) apresentou um estudo preliminar a partir de análise visual de estações de conexão geodésica próximas e distantes com grandes discrepâncias de valores positivos e negativos na ondulação geoidal. Os resultados apontaram para um erro relativo máximo do MAPGEO2015 na ordem de 4,9mm/km (precisão de aproximadamente 1,6mm/km ou 1,6ppm). O artigo publicado por Blitzkow *et al.* (2016) analisou 126 pares de estações de conexão geodésica limitadas às distâncias entre 20 e 50 km, onde a influência da ondulação geoidal é mais relevante para a aplicação do método relativo de

conversão de altitudes. A análise de “acurácia relativa” do MAPGEO2015 apontou para o valor de 4,4mm/km (aproximadamente 1,5mm/km ou 1,5ppm, considerando 3σ).

Pode-se concluir que os dois estudos corroboram um ao outro. Por apresentar um valor mais conservador, sugerimos que se utilize o valor do primeiro arredondado para cima, ou seja, **2mm/km (2ppm)**.

Portanto, adotaremos para o MAPGEO2015 as seguintes precisões:

ABSOLUTA: **$\pm 170\text{mm}$**

RELATIVA: **$\pm 2\text{mm/km}$**

O modelo geoidal do Brasil, MAPGEO2015, pode ser baixado diretamente no site do IBGE em <https://www.ibge.gov.br/geociencias/modelos-digitais-de-superficie/modelos-digitais-de-superficie/10855-modelo-de-ondulacao-geoidal.html?=&t=o-que-e>

O software disponibilizado realiza as interpolações sobre o modelo geoidal e apresenta o valor a ondulação geoidal num determinado ponto. Pode-se realizar a entrada de dados via teclado, digitando as coordenadas geodésicas do ponto, ou via arquivo, carregando vários pontos de uma só vez. A figura a seguir mostra um exemplo de entrada via teclado. O valor da ondulação no exemplo é $n=2,68\text{m} \pm 170\text{mm}$ para as coordenadas $\varphi=28^{\circ}42'26,7829''\text{S}$ e $\lambda=49^{\circ}38'11,9387''\text{W}$. Portanto, o geoide está 2,68m acima do elipsoide, com uma precisão de $\pm 170\text{mm}$. Isto significa que existe grande probabilidade do valor correto da ondulação estar entre 2,51m e 2,85m.

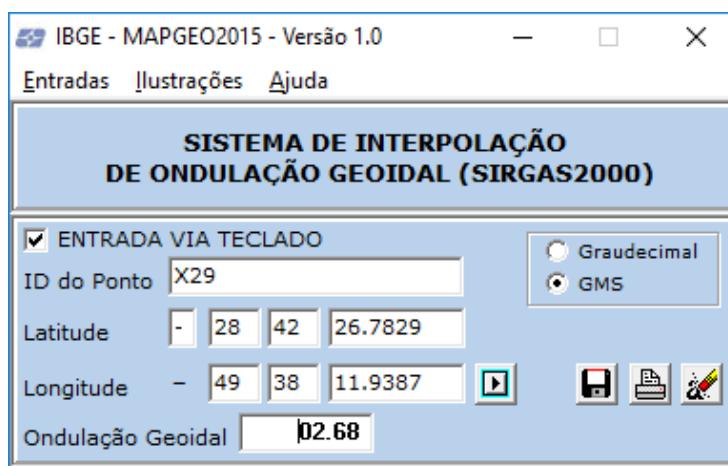


Figura 86: Exemplo de utilização do MAPGEO2015

Recentemente o IBGE disponibilizou a utilização do MAPGEO2015 online. O processamento de dados é realizado no site do IBGE que pode ser acessado <https://ww2.ibge.gov.br/mapgeo/mapgeo.htm>. A figura abaixo apresenta o resultado do processamento do mesmo ponto diretamente no site. As mesmas opções de processamento estão disponibilizadas, tanto a partir da digitação das coordenadas de um único ponto, como com a importação de um arquivo de coordenadas. Realizado o processamento, o resultado é exibido logo abaixo do botão Processar e há também a opção de fazer o download ou enviar para um endereço de e-mail um arquivo comprimido contendo um arquivo de texto com extensão CSV (que pode ser aberto no Excel), um arquivo KML (que pode ser aberto no Google Earth para visualização dos pontos) e um arquivo leia-me contendo informações sobre os dois anteriores.

Ou insira as coordenadas via teclado observando as instruções abaixo:

- 1) O campo grau deverá ser preenchido mesmo que seja zero.
- 2) Os campos minuto e segundo caso não preenchidos serão considerados zero.
- 3) O campo segundo deve ter obrigatoriamente o ponto decimal. Os campos grau e minutos deverão ser obrigatoriamente inteiros.

Latitude (GMS)			Longitude (GMS)		
-28	42	26.7829	-49	38	11.9387

Preencha abaixo se desejar receber o resultado por e-mail (não pode conter espaços ou tabs!):
 Recomendado para processamento de arquivos maiores que 500 pontos.

E-mail

Resultado do processamento

Somente 1 ponto detectado.

Ondulação Geoidal (m): 2.68

[Clique aqui para transferir o arquivo com os resultados.](#)

Figura 87: Processamento de ondulação geoidal no MAPGEO2015 online.

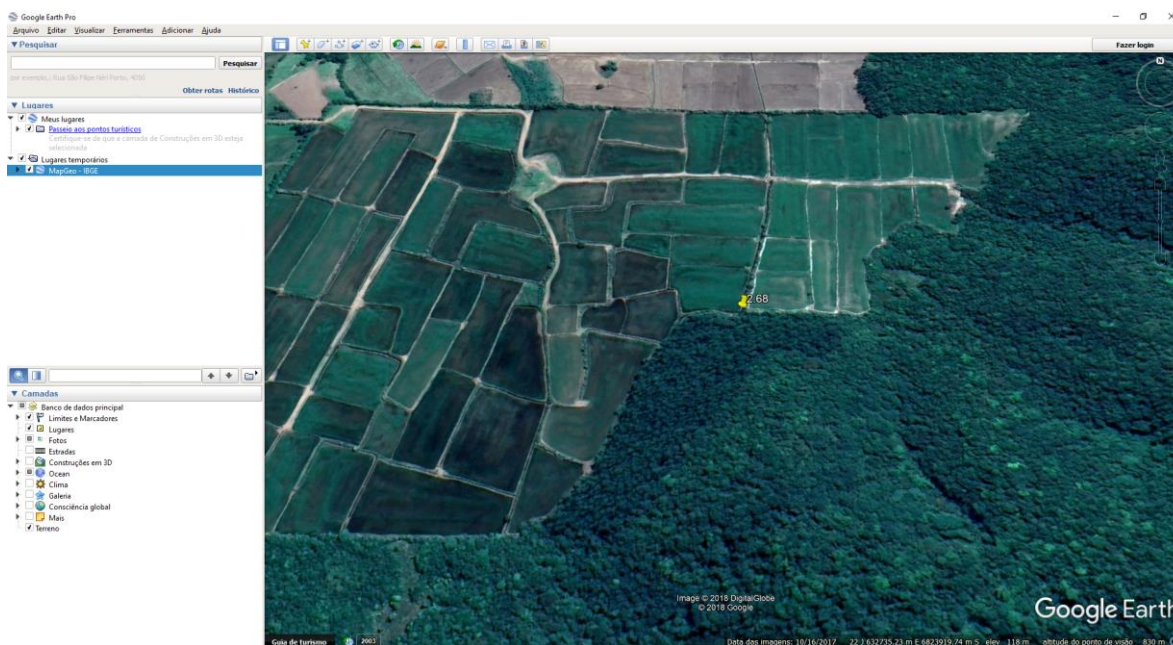


Figura 88: Arquivo KML indicando a localização do ponto processado no MAPGEO2015 online.

Um município, região ou uma determinada obra, pode adotar um modelo geoidal local próprio possibilitando ajustar o modelo à sua realidade.

8.6 Conversão de Altitudes

8.6.1 Altitude geométrica em normal-ortométrica

8.6.1.1 Método de Ondulação Geoidal Absoluta

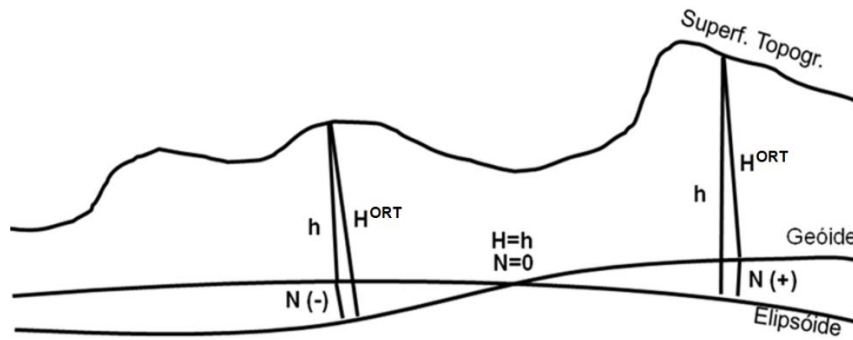


Figura 89: Ilustração do cálculo da altitude normal-ortométrica

$$h = H^{\text{ORT}} + N, \text{ ou } H^{\text{ORT}} = h - N$$

Sendo:

H^{ORT} : altitude normal-ortométrica (geoidal)

h : altitude geométrica (elipsoidal)

N : ondulação geoidal, ou altura geoidal ou ainda distância geoidal

Para encontrar o valor da ondulação geoidal, utilizaremos o software MAPGEO2015. Como vimos, adotaremos que a ondulação obtida terá a precisão de $\pm 170\text{mm}$, porém existem alguns locais que podemos encontrar até $0,5\text{m}$ de erro. Para diferenciar a ondulação calculada da obtida pelo MAPGEO2015, chamaremos a ondulação do MAPGEO2015 de “n” (minúsculo). Portanto a equação no método absoluto ficará assim:

$$H_p^{\text{ORT}} = h_p - n_p$$

O cálculo da precisão da conversão de altitudes pelo método absoluto pode ser realizado pela fórmula seguinte derivada a partir da lei de propagação de erros.

$$\sigma H_p^{\text{ORT}} = \pm \sqrt{\sigma_{h_p}^2 + \sigma_{n_p}^2}$$

Sendo:

σH_p^{ORT} o desvio-padrão da altitude normal-ortométrica [em metros];

σ_{h_p} o desvio-padrão da altitude geométrica [em metros];

σ_{n_p} o desvio-padrão da ondulação geoidal do ponto obtida no modelo geoidal [em metros].

8.6.1.2 Método da Ondulação Geoidal Relativa

Como vimos este método permite alcançarmos a precisão de $\pm 2\text{mm/km}$. Para isso precisamos ter um RN rastreado com GNSS, ou nivelado um marco que foi implantado com GNSS.

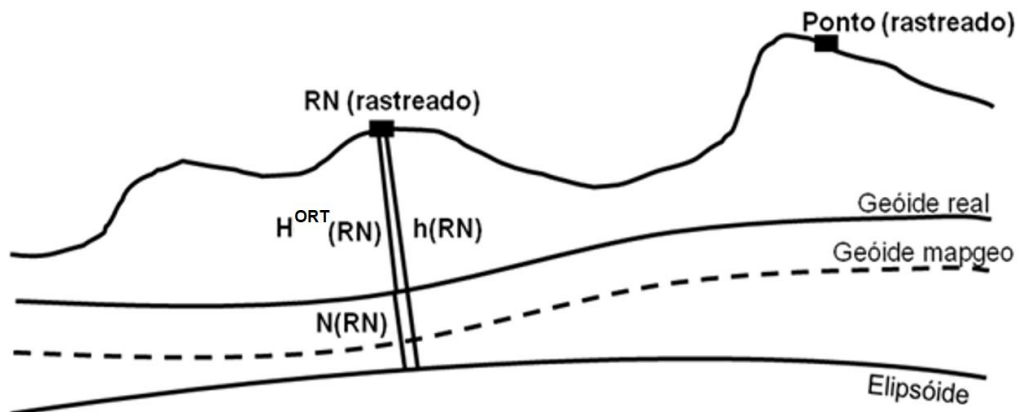


Figura 90: Cálculo da ondulação geoidal da RRNN.

$$N_{RN} = h_{RN} - H_{RN}^{ORT}$$

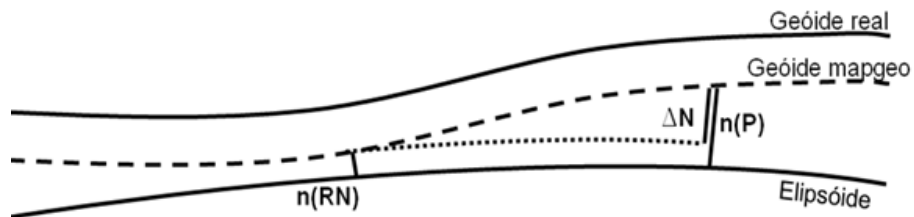


Figura 91: Cálculo de Δn (mapgeo)

$$\Delta n = n_P - n_{RN} \quad \text{sendo que o } \Delta n \text{ terá uma precisão de 2mm/km.}$$

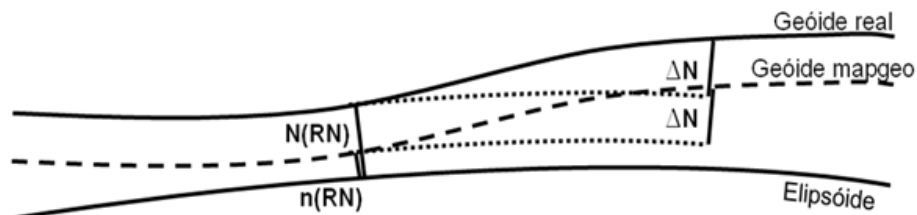


Figura 92: Considera-se o elipsóide e geóide paralelos para ter a igualdade abaixo.

$$\Delta N(\text{real}) = \Delta n(\text{mapgeo})$$

Podemos fazer esta igualdade, pois consideramos que o Geoide definido pelo MAPGEO2015 é paralelo ao Geoide Real.

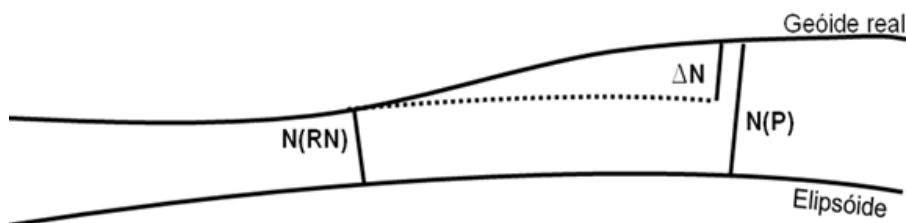


Figura 93: Ilustração do ΔN e H do ponto P.

$$N_P = N_{RN} + \Delta N$$

$$H_P = h_P - N_P$$

Os passos acima podem ser resumidos na seguinte formulação:

$$H_P^{ORT} = h_P + H_{RN}^{ORT} - h_{RN} - n_P + n_{RN}$$

O cálculo da precisão da conversão de altitudes pelo método relativo pode ser realizado pela fórmula seguinte derivada a partir da lei de propagação de erros.

$$\sigma H_P^{ORT} \pm \sqrt{\sigma h_P^2 + \sigma H_{RN}^{ORT^2} + \sigma h_{RN}^2 + \left(\frac{0,002 \cdot D}{1000}\right)^2}$$

Sendo:

H_P^{ORT} é a altitude normal-ortométrica do ponto P [em metros];

h_P é a altitude geométrica do ponto P [em metros];

σH_{RN}^{ORT} é o desvio-padrão da altitude normal-ortométrica da RN [em metros];

h_{RN} é a altitude geométrica da RN [em metros];

n_P é a ondulação geoidal do ponto P obtida no modelo geoidal [em metros];

n_{RN} é a ondulação geoidal da RN obtida no modelo geoidal [em metros];

σH_P^{ORT} é o desvio-padrão da altitude normal-ortométrica do ponto P [em metros];

σh_P é o desvio-padrão da altitude geométrica do ponto P [em metros];

σH_{RN} é o desvio-padrão da altitude normal-ortométrica da RN [em metros];

σh_{RN} é o desvio-padrão da altitude geométrica da RN [em metros];

D é a distância entre o RN e o ponto P [em metros].

8.6.2 Altitude geométrica em normal

8.6.2.1 Método de anomalia de altitude absoluta

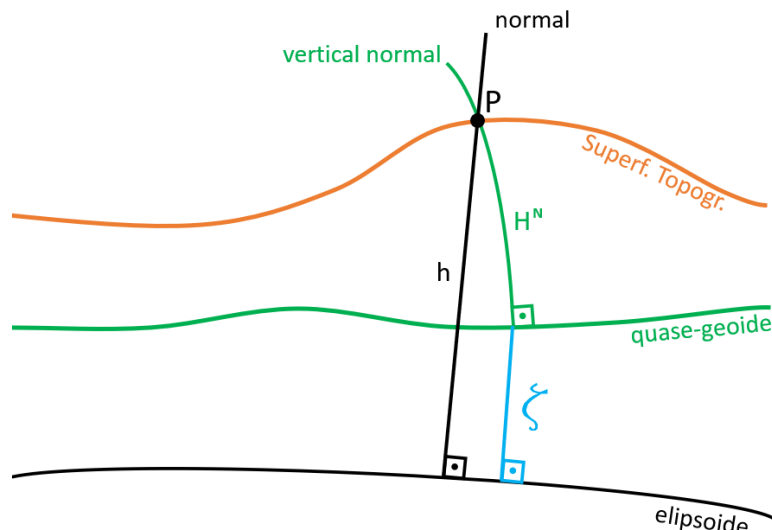


Figura 94: ilustração do cálculo da altitude normal de um ponto.

$$h_P = H_P^N + \zeta_P, \text{ ou } H_P^N = h_P - \zeta_P$$

Sendo:

H_P^N a altitude normal do ponto P [em metros];

h_P a altitude geométrica do ponto P [em metros];

ζ_P a anomalia de altitude do ponto P [em metros];

Como ainda não foi disponibilizado o modelo matemático para calcular as anomalias das altitudes, não é possível converter a altitude geométrica em altitude normal.

Quando disponibilizado, o modelo fornecerá o valor de ζ e então será possível calcular a altitude normal usando o método de anomalia de altitude absoluta.

8.6.2.2 Método da anomalia de altitude relativa

Este método objetiva quantificar a variação da anomalia de altitude, similar ao método de ondulação geoidal relativa.

$$H_P^N = h_P + H_{RN}^N - h_{RN} - \zeta_P + \zeta_{RN}$$

Sendo:

H_P^N	a altitude normal do ponto P [em metros];
h_P	a altitude geométrica do ponto P [em metros];
H_{RN}^N	a altitude normal da RN [em metros];
h_{RN}	a altitude geométrica da RN [em metros];
ζ_P	a anomalia de altitude do ponto P [em metros];
ζ_{RN}	a anomalia de altitude da RN [em metros];

O cálculo da precisão da conversão de altitudes pelo método relativo pode ser realizado pela fórmula seguinte derivada a partir da lei de propagação de erros.

$$\sigma H_P^N \pm \sqrt{\sigma h_P^2 + \sigma H_{RN}^N^2 + \sigma h_{RN}^2 + \left(\frac{0,002 \cdot D}{1000}\right)^2}$$

Sendo:

σH_P^N	o desvio-padrão da altitude normal do ponto P [em metros];
σh_P	o desvio-padrão da altitude geométrica do ponto P [em metros];
σH_{RN}^N	o desvio-padrão da altitude normal da RN [em metros];
σh_{RN}	o desvio-padrão da altitude geométrica da RN [em metros];
D	a distância entre o RN e o ponto P [em metros].

Enquanto o IBGE não publicar um modelo matemático para calcular a anomalia de altitude, a sugestão é utilizar o Mapgeo2015, pois a variação da ondulação geoidal do MAPGEO2015 será muito similar à variação das anomalias de altitude.

BIBLIOGRAFIA

http://www.lapiq.iesa.ufg.br/lapiq/cursos_online/gvsig/index.html
<http://matematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat010392k2/ens22k2/xyz/projecao.htm>
<http://www.mundovestibular.com.br/articles/4258/1/A-FORMA-DA-TERRA/Paacutegina1.html>
<http://www.ibge.gov.br>
http://www.uff.br/mapprojections/mp_br.html
<http://www.esteio.com.br/newsletters/paginas/006/orientacao.htm>
<http://ciencia.hsw.uol.com.br/mapa.htm>

ARAÚJO, A.L; FRANÇA, R.M.; BOSCATTO, F.; KLEIN, I.; OLIVEIRA, F.H. **Estudos Preliminares para Estimativa da Precisão Relativa do Modelo de Ondulação Geoidal do Brasil – MAPGEO2015**. 2016. VI Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologia da Geoinformação. Recife: UFPE, 2016. 6p.

BLITZKOW, D.; MATOS, A.C.O.C; MACHADO, W.C.; NUNES, M.A.; LENGROBER, N.V; XAVIER, E.M.L; FORTES, L.P.S. **MAPGEO2015: O Novo Modelo de Ondulação Geoidal do Brasil**. 2016. Revista Brasileira de Cartografia. N° 68/10. Rio de Janeiro: SBC, 2016. 12p.

FRANÇA, R.M. **Uso de sistemas de projeção transversa de Mercator em obras de engenharia**. 2015. Dissertação de Mestrado. Florianópolis: UFSC, 2015.

IBGE. **Recomendações para Levantamentos Relativos Estáticos – GPS**. 2008. Rio de Janeiro: IBGE. 35p.

_____. **O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil MAPGEO2015.** 2015. Rio de Janeiro: IBGE. 17p.

_____. **Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais REALT-2018.** 2018. Rio de Janeiro: IBGE. 55p.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, Fundamentos e Aplicações.** 1ª ed. São Paulo: UNESP, 2000. 287p.