

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/303932005>

Analysis of GNSS Network Reliability and Repeatability of Baselines

Article · December 2015

CITATIONS

0

READS

82

6 authors, including:



Carolina Collischonn

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

7 PUBLICATIONS 13 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Marcelo Tomio Matsuoka

Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

81 PUBLICATIONS 248 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Matheus Pereira Guzzatto

Federal Institute of Santa Catarina

8 PUBLICATIONS 19 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Ivandro Klein

Federal Institute of Santa Catarina

25 PUBLICATIONS 41 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

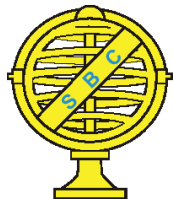
Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



NEW PROPOSALS ON GEODETIC NETWORK QUALITY CONTROL IN A CONTEXT OF MULTIPLE OUTLIERS [View project](#)



Geomatics applied to Natural Hazard Warning Systems [View project](#)



ANALISE DE CONFIABILIDADE DE REDE GNSS E REPETIÇÃO DE LINHAS-BASE

Analysis of GNSS Network Reliability and Repeatability of Baselines

**Carolina Collischonn¹, Marcelo Tomio Matsuoka^{1, 2}
Matheus Pereira Guzatto¹, Ivandro Klein¹, Elen Marten de Lima¹
& Sergio Florêncio de Souza¹**

**¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS
Programa de Pós Graduação em Sensoriamento Remoto – PPGSR**

Campus do Vale, Agronomia, Porto Alegre/RS, Brasil.

carol.collischonn@gmail.com, tomiomatsuoka@gmail.com, matheuspguzatto@gmail.com,

ivandroklein@bol.com.br, elendelima@gmail.com, sergio.florencio@ufrgs.br

**²Universidade Federal de Uberlândia – UFU
Instituto de Geografia**

Campus de Monte Carmelo, Monte Carmelo/MG, Brasil.

*Recebido em 17 de Outubro, 2014/ Aceito em 10 de Agosto, 2015
Received on October 17, 2014/ Accepted on August 10, 2015*

RESUMO

Nesse artigo é aplicado o controle de qualidade em uma rede GNSS através da teoria de confiabilidade convencional, analisando a melhora da confiabilidade da rede a partir da inclusão de linhas-base repetidas. Após o ajustamento por mínimos quadrados da rede original são calculadas as medidas de confiabilidade para a rede: o número de redundância local, número de absorção, a confiabilidade interna, externa e razão tendência-ruído. A escolha da linha-base a ser repetida na rede é realizada a partir da análise de qual observação possui menor valor de número de redundância local. Identificado essa observação verifica-se a qual linha-base pertence e essa linha-base é repetida na rede com novas observações GNSS. O ajustamento é realizado novamente, bem como o cálculo das medidas de confiabilidade. Esse procedimento é repetido cinco vezes, quando se verifica a estabilização dos resultados. A rede GNSS é constituída de estações da RBMC, com dois pontos de controle e onze linhas-base. Analisando os valores máximos de confiabilidade interna, a diminuição ocorrida entre o primeiro e o último cenário foi de 6 milímetros. Com relação aos resultados para os valores máximos de confiabilidade externa, a diminuição ocorrida entre o primeiro e o último cenário foi de 2,3 centímetros. Com relação aos menores valores de número de redundância encontrados verificou-se a diferença de 0,243 entre o primeiro e o último cenário.

Palavras chaves: GNSS, MMQ, Medidas de Confiabilidade.

ABSTRACT

This paper describes the application of quality control in a GNSS (Global Navigation Satellite System) network based on the conventional reliability theory, analyzing the improvement of the reliability of the network from including repeated baselines. After adjustment by least squares network, compute measures of reliability for the network: the redundancy number, internal and external reliability and bias to noise-ratio. The choice of the baseline to be repeated

on the network was made based on the analysis of observation which had the lowest number of local redundancy. Once identified the observation is verify to which baseline this observation belong and this baseline is repeated in the GNSS network. The adjustment is realized again, and the calculating measures of reliability. This procedure was repeated five times, when it was found stabilized results. the original GNSS network used consisted of six vertices (RBMC stations: ILHA, SJRP, SPAR, PPTE, OURI e ROSA), two control points and eleven baselines. Analyzing the maximum values of internal reliability, the decrease occurred between the first and the last scenario was 6 mm. Regarding the results for the maximum values of external reliability, the decrease occurred between the first and the last scenario was 2.3 centimeters. For smaller values of number of redundancy found it was found a difference of 0.243 between the first and the last scenario.

Keywords: GNSS, MMQ, Reliability Measures.

1. INTRODUÇÃO

A Geodésia, tal como outras ciências, necessita da coleta de dados (observações), por meio de processos experimentais de medidas. Desta forma, os parâmetros incógnitos que se deseja estimar, se relacionam com as observações realizadas (medidas), por meio de um modelo matemático conhecido e previamente estipulado (TEUNISSEN, 2003). Entretanto, devido a natureza experimental do processo de medições, as observações são contaminadas por erros de diferentes tipos. Tradicionalmente, os erros que contaminam as observações são classificados em erros aleatórios, sistemáticos e grosseiros (GEMAEL, 1994).

Os erros aleatórios (ou acidentais) são inevitáveis, sendo uma característica intrínseca da observação, resultando da incerteza associada a natureza experimental do processo de medidas (ou seja, da própria precisão da observação). Eles são tratados como variáveis aleatórias, seguindo, portanto, funções estatísticas. Somente os erros aleatórios são considerados no modelo matemático no ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados (MMQ). Erros sistemáticos são erros que apresentam tendência, e, portanto, causa conhecida, podendo ser evitados por meio de técnicas especiais de observação ou devidamente parametrizados no modelo matemático. Por fim, os erros grosseiros são falhas (de natureza humana ou instrumental), que devem ser evitados ou devidamente identificados (localizados) nas observações, para que a sua influência nos resultados finais (parâmetros estimados) possa ser removida ou minimizada. Esta descrição dos erros é muito importante para a compreensão dos modelos de ajustamento, mas não ajuda no desenvolvimento de uma estratégia para a detecção de erros. Isto se deve ao fato da

impossibilidade de separar os erros no mundo real de acordo com sua classificação. O processo de estimação proporciona resíduos que possuem uma combinação de todos os tipos de erros.

Devido a inevitável existência de erros aleatórios nas observações, e a possível existência de erros não aleatórios (isto é, sistemáticos e/ou grosseiros), geralmente, o geodesta trabalha com observações redundantes, sendo duas as principais razões para isto: a primeira visa melhorar a acurácia (exatidão) dos resultados estimados, e a segunda visa detectar a possível presença de erros (não aleatórios) nos modelos e/ou nas observações (TEUNISSEN, 2006).

Porém, o uso de observações redundantes (e inevitavelmente contaminadas por erros) no modelo

matemático resulta na inconsistência do mesmo. Adicionando um vetor de resíduos ao sistema de equações, ou seja, admitindo que as observações possuem erros, este passa a ser matematicamente consistente, porém, com infinitas soluções (DALMOLIN, 2002).

Para a solução única destes sistemas de equações redundantes e inconsistentes, o critério mais adotado nas ciências geodésicas é o MMQ, ou seja, aquela solução para os parâmetros incógnitos que minimiza a soma do quadrado dos resíduos, ponderados pelos respectivos pesos das observações (GHILANI & WOLF, 2006).

Quando apenas erros de natureza aleatória contaminam as observações, o método dos mínimos quadrados é dito ser um estimador imparcial (GEMAEL, 1994). Além disso, quando a ponderação das observações é tomada em função de suas variâncias e covariâncias, corretamente determinadas, o MMQ é dito ser o melhor estimador linear imparcial, e ainda, quando os erros aleatórios seguem

distribuição normal multivariada, a solução pelo MMQ coincide com a solução de máxima verossimilhança (TEUNISSEN, 2003).

Entretanto, quando as observações também estão contaminadas por erros não aleatórios (isto é, sistemáticos e/ou grosseiros), estes podem exercer influência na solução do ajustamento (ou seja, nos parâmetros estimados), e assim sendo, estas propriedades do MMQ não são satisfeitas (GUI et al., 2005).

Desta forma, diversas técnicas para a detecção e a identificação (localização) de erros (não aleatórios) nas observações foram desenvolvidas, estratégias estas desenvolvidas para serem aplicadas tanto antes quanto após o ajustamento pelo MMQ ter sido realizado (KAVOURAS, 1982).

Uma das técnicas mais conhecidas e usadas na área de Geodésia para a detecção e a identificação de erros nas observações, após o ajustamento pelo MMQ, é o chamado β -Method, proposto por Baarda (1968). Neste trabalho é proposto o uso do chamado teste global do ajustamento para a detecção de erros nas observações e/ou no modelo, e o procedimento de teste data snooping para a localização destes erros, ou seja, para a identificação das observações suspeitas de estarem contaminadas.

Entretanto, por ser uma estratégia que se utiliza de testes estatísticos (testes de hipóteses), ou seja, que possui níveis de probabilidade associados (nível de significância e poder do teste), erros não aleatórios podem ainda não ser identificados pelo procedimento data snooping (KAVOURAS, 1982).

Isto levou ao desenvolvimento da teoria de confiabilidade, que se utiliza de medidas adequadas para quantificar o “menor erro detectável” em uma observação que pode ser identificado por um determinado teste estatístico, como por exemplo o data snooping, com certo nível de probabilidade, bem como a sua influência nos resultados do ajustamento (ou seja, a influência nos parâmetros estimados), quando não detectado.

No procedimento de teste data snooping é pressuposto que apenas uma única observação está contaminada por erros por vez, e necessita, portanto, realizar repetições do teste para a localização de todas as observações suspeitas. Desta forma, as medidas de confiabilidade

desenvolvidas para o datasnooping também se baseiam no pressuposto de apenas uma observação contaminada por erros por vez.

Nesse experimento é feito um estudo de escolha das linhas-base a serem repetidas em uma rede GNSS (Global Navigation Satellite Systems) a fim de melhorar a sua confiabilidade. Inicialmente, o ajustamento da rede foi realizado considerando as linhas-base da configuração original. A partir desse foram obtidos os resultados das coordenadas dos vértices, bem como seus desvios-padrão, aplicados o teste data snooping, obtidos os valores de confiabilidade interna e externa, razão tendência-ruído, número de redundância e de absorção. Após foi realizada análise através dos valores de número de redundância para se determinar qual linha-base é repetida no ajustamento. Esse procedimento foi realizado até a estabilização dos valores analisados, configurando seis cenários diferentes, cada um com uma nova linha-base repetida acrescentada no ajustamento.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será feita uma revisão da literatura do ajustamento de observações geodésicas e testes estatísticos utilizados no controle de qualidade de observações geodésicas, bem como de medidas de confiabilidade convencionais.

2.1 Ajustamento de Observações

Considere um sistema linearizado de equações, por meio do denominado modelo de Gauss-Markov:

$$\Sigma_x = \sigma_0^2(A^T P A)^{-1} \quad (1)$$

onde V é o vetor dos resíduos, l é um vetor que contém as n observações (medidas) realizadas, X é o vetor dos u parâmetros incógnitos que se deseja estimar no modelo, e A é a matriz design (ou Jacobiana), que relaciona linearmente os parâmetros com as observações. O MMQ adota como solução única para este sistema linearizado (redundante e inconsistente, pois $n > u$), aquele vetor dos parâmetros X que minimiza a soma do quadrado dos resíduos, ponderados pelo respectivo peso das observações, ou seja:

$$V^T P V = \text{Mínimo} , \quad (2)$$

onde na expressão (2), P é a matriz peso das observações, usualmente tomada como sendo igual ao inverso da matriz de covariância destas, multiplicada por um fator de variância a priori, de caráter arbitrário (DALMOLIN, 2002). A solução do ajustamento pelo MMQ, ou seja, o vetor dos parâmetros X cujo vetor dos resíduos V correspondente satisfaz a condição em (2), é dada por:

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L , \quad (3)$$

Além da estimação dos parâmetros incógnitos do modelo, por meio da lei de propagação de variâncias e covariâncias das observações, é possível determinar ainda a matriz de covariância destes parâmetros estimados (ajustados), resultando em:

$$\Sigma_x = \sigma_0^2 (A^T P A)^{-1} \quad (4)$$

Ou seja, por meio do MMQ, é possível estimar o vetor dos parâmetros ajustados (X), bem como as suas variâncias e covariâncias (). Mais detalhes quanto ao MMQ, consultar, por exemplo, Gemael (1994), Dalmolin (2002), Teunissen (2003) e Leick (2004).

Para a aplicação do MMQ, presume-se que a inconsistência do sistema de equações em (1) é devido somente à existência de erros de natureza aleatória. Para a detecção e a identificação (localização) de erros não aleatórios nas observações (isto é, sistemáticos e/ou grosseiros), uma das estratégias possíveis é a aplicação de testes estatísticos para identificação de outliers.

2.2 Teste estatístico data snooping

Classicamente, após o ajustamento pelo MMQ ter sido realizado, dois dos testes estatísticos mais utilizados para a detecção e a identificação de erros (não aleatórios) nas observações, são, respectivamente, o Teste Global do Ajustamento e o procedimento de teste data snooping, ambos propostos por Baarda (1968). Estes dois testes estatísticos são casos particulares de uma única família

de testes, formulada com base na razão de verossimilhança (TEUNISSEN, 2006). O teste global do ajustamento é aplicado para a detecção de erros no conjunto de observações e/ou no modelo matemático, e mais detalhes sobre o mesmo podem ser obtidos em Baarda (1968), Kavouras (1982), Gemael (1994) e Teunissen (2006).

O poder do teste global e do datasnooping deve ser mantido o mesmo (γ_0). Entretanto, como os graus de liberdade destes dois testes são diferentes, o nível de significância do teste global deve ser obtido em função do nível de significância que foi arbitrado para o datasnooping. Uma discussão mais detalhada do tema pode ser obtida em Baarda (1968), Kavouras (1982) e Teunissen (2006). Esta dependência entre o nível de significância do Teste Global e do procedimento data snooping visa garantir o mesmo poder de teste para ambos, pois o número de graus de liberdade (q) destes dois testes é diferente, sendo $q=1$ para o teste data snooping e $q=n-u$ para o Teste Global (para mais detalhes consultar BAARDA, 1968; KAVOURAS, 1982; TEUNISSEN, 2006; KLEIN, 2012).

No procedimento de teste data snooping, para cada observação l_i do vetor das observações L_{n+1} ($i=1,2,3,\dots,n$), testam-se as seguintes hipóteses (TEUNISSEN, 2006):

$$H_0 : E\{L_{n+1}\} = A_{n \times u} X_{u \times 1} \text{ VS.} \quad (6)$$

$$H_A : E\{L_{n+1}\} = (A : c_{l_i})_{n \times u+1} \begin{pmatrix} X \\ \nabla_i \end{pmatrix}_{u+1 \times 1}, \nabla_i \neq 0$$

onde $X_{u \times 1}$ é o vetor dos parâmetros incógnitos que se deseja estimar, $A_{n \times u}$ é a matriz que relaciona linearmente as observações com os parâmetros, c_{l_i} é um vetor unitário contendo a unidade na linha da i-ésima observação l_i e $c_{l_i} = [0 \dots 0 \dots 1 \dots 0 \dots 0]_{n+1}^T$, e ∇_i zero nas demais, ou seja, ∇_i corresponde, em módulo, a um possível outlier, diferente de zero, na observação l_i .

Desta forma, na hipótese nula do teste (H_0), assume-se que nenhuma observação está contaminada por erros grosseiros, e na hipótese

alternativa (H_A), assume-se que um outlier ∇_i contamina a observação l_i .

O critério de teste do procedimento data snooping é dado por (BAARDA, 1968):

Rejeitar H_0 se:

$$w_i < -Z_{\alpha_0/2} \text{ ou } w_i > Z_{\alpha_0/2} \quad (7)$$

Onde para cada observação l_i , a estatística de teste w_i é dada por (BAARDA, 1968):

$$w_i = \frac{c_{l_i}^T \Sigma_L^{-1} V}{\sqrt{c_{l_i}^T \Sigma_L^{-1} \Sigma_V \Sigma_L^{-1} c_{l_i}}}, \quad (8)$$

e $Z_{\alpha_0/2}$ é o valor teórico (tabelado) para a distribuição normal padronizada (da forma bilateral), com o nível de significância α_0 que foi assumido para o teste.

Na equação (8), Σ_L é a matriz de covariância do vetor das observações L_{n+1} , V é o vetor dos resíduos, obtido na solução por MMQ, e Σ_V é a matriz de covariância do vetor dos resíduos, obtida pela lei de propagação de variâncias e covariâncias (para mais detalhes, ver, por exemplo, GEMAEL, 1994).

No procedimento de teste data snooping, calcula-se a estatística de teste w_i para todas as observações l_i ($i=1,2,3,\dots,n$), porém, como o datasnooping identifica apenas uma observação por vez, a observação l_i suspeita de estar contaminada por um outlier ∇_i será aquela que (BAARDA, 1968):

$$\left\langle \begin{array}{l} |w_i| > |Z_{\alpha_0/2}| \\ |w_i| > |w_j|, \forall i \neq j \end{array} \right. \quad (9)$$

A magnitude e o sinal do erro são desconhecidos, sendo que o teste é apenas um indicador se o valor (desconhecido) de ∇_i é significativamente diferente de zero, ou não, segundo o nível de significância α_0 que foi assumido (KLEIN, 2012).

Identificada a observação suspeita de estar contaminada por erro grosseiro, retira-se a mesma do modelo e repete-se o ajustamento e novamente o procedimento de teste, repetindo até que todas as observações suspeitas sejam devidamente identificadas e retiradas, num processo iterativo de identificação (localização) e remoção de observações com erros (BAARDA, 1968).

Entretanto, segundo Kavouras (1982), por ser uma estratégia formulada com base em hipóteses estatísticas, ou seja, com níveis de probabilidade associados, o teste possui uma capacidade finita para a detecção e a identificação de erros grosseiros de pequena magnitude, e, desta forma, poderão ocorrer erros não detectáveis pelo procedimento de teste utilizado. Ainda segundo Kavouras (1982), a sensibilidade dos testes em detectar e identificar erros, bem como a possível influência de erros não detectados sobre o vetor dos parâmetros estimados X , diz respeito à teoria de confiabilidade.

A teoria de confiabilidade avalia se um determinado erro (não aleatório) em uma observação é detectável pelo procedimento de teste utilizado, e avalia também a influência deste erro nos resultados do ajustamento, quando não detectado, segundo os níveis de probabilidade que foram estipulados para o teste (TEIXEIRA & FERREIRA, 2003). Na próxima seção, será apresentada a teoria de Confiabilidade Convencional, inicialmente desenvolvida por Baarda (1968) para o procedimento de teste data snooping (uma observação contaminada por erro por vez).

2.3 Teoria da Confiabilidade Convencional

Na teoria convencional de confiabilidade, que assume que apenas uma observação está contaminada por erros por vez, e, portanto se refere ao teste data snooping, a confiabilidade interna de uma observação l_i se refere ao módulo do menor erro detectável (minimal detectable bias – MDB) desta observação l_i , segundo os níveis de probabilidade que foram assumidos para o teste estatístico de identificação de erros (data snooping).

Desta forma, para cada observação l_i , o módulo $|\nabla_{l_i}|$ do seu menor erro detectável (MDB) será dado por (TEUNISSEN, 2006):

$$|\nabla l_i| = \sqrt{\frac{\lambda_0}{c_{l_i}^T \Sigma_L^{-1} \Sigma_V \Sigma_L^{-1} c_{l_i}}} \quad (10)$$

onde λ_0 é o parâmetro de não centralidade do modelo, que expressa a separação entre a hipótese nula (ausência de outlier na observação l_i) e a hipótese alternativa considerada (presença de outlier na observação l_i).

Como a magnitude dos erros que contaminam as observações é desconhecida na prática, o verdadeiro valor para o parâmetro de não centralidade do modelo λ_0 não pode ser determinado, mas pode ser obtido em função dos níveis de probabilidade assumidos e do número de graus de liberdade do teste estatístico em questão (TEUNISSEN, 2006).

Por exemplo, para o procedimento data snooping, onde $q=1$, fixando o nível de significância do teste em $\alpha_0 = 0,001$ (0,1%), e o poder do teste em $\gamma_0 = 0,80$ (80%), valores estes recomendados por Baarda (1968), o parâmetro de não centralidade do modelo é dado por $\lambda_0 = 17,075$. Em Baarda (1968) são apresentados monogramas para encontrar o valor do parâmetro de não centralidade do modelo, para diferentes valores de α , γ e q .

A confiabilidade externa, por sua vez, expressa a influência de um possível erro não detectado na observação l_i , nos resultados finais do ajustamento, ou seja, no vetor dos parâmetros ajustados X (OLIVEIRA & DALMOLIN, 2008).

Para cada observação l_i , a confiabilidade externa pode ser obtida substituindo o vetor L_{n+1} pelo modelo de erro $c_{l_i} |\nabla l_i|$ no estimador por mínimos quadrados de X , resultando em (TEUNISSEN, 2006):

$$\nabla X_i = (A^T P A)^{-1} A^T P_{l_i} |\nabla l_i| \quad (11)$$

Onde ∇X_i é um vetor de dimensão $n+1$ que quantifica a influência do MDB da observação l_i em cada um dos u parâmetros estimados de X .

Como para cada observação l_i , tem-se um modelo de erro associado (pois $q=1$), para cada observação l_i , tem-se uma confiabilidade

externa ∇X_i associada. Em outras palavras, a confiabilidade externa convencional expressa a influência no vetor dos parâmetros estimados do maior erro não detectado na observação l_i pelo teste data snooping considerando um nível de significância α_0 e poder do teste γ_0 .

2.3.1 Razão tendência-ruído, número de redundância local, absorção e redundância média

Os números de redundância local (ou números de redundância) r_i são obtidos pelos elementos da diagonal principal da matriz $R_{n \times n}$, dada por (KAVOURAS, 1982):

$$R = \frac{1}{\sigma_0^2} \Sigma_V P \quad (12)$$

onde Σ_V é a matriz de covariância do vetor dos resíduos ajustados V , P é a matriz peso das observações, e σ_0^2 é o fator de variância a priori, também arbitrário (para mais detalhes, ver, por exemplo, GEMAEL, 1994).

Desta forma, para cada observação l_i de L_{n+1} , seu número de redundância local r_i é dado pelo respectivo elemento $r_{(i,i)}$ da diagonal principal da matriz $R_{n \times n}$.

A matriz $R_{n \times n}$ também pode ser definida por (GUO et al., 2007):

$$R_{n \times n} = [I_{n \times n} - A_{n \times u} (A_{u \times n}^T P_{n \times n} A_{n \times u})^{-1} A_{u \times n}^T P_{n \times n}] \quad (13)$$

sendo $I_{n \times n}$ a matriz identidade $n \times n$ e $A_{n \times n}$ a matriz design (jacobiana). Das propriedades da matriz idempotente $R_{n \times n}$, sabe-se que (OLIVEIRA e DALMOLIN, 2008):

$$\text{traço}[\Sigma_V P] = \text{rank}[\Sigma_V P] = n - u \quad (14)$$

Ou seja, o traço da matriz $R_{n \times n}$ é igual ao número de graus de liberdade $(n-u)$ do sistema de equações, sendo o traço de uma matriz a soma dos elementos de sua diagonal principal (GHILANI e WOLF, 2006).

Designando os elementos da diagonal principal da matriz $R_{n \times n}$ por r_i (para $i = 1, 2, 3, \dots, n$) e o número de graus de liberdade do sistema de equações por $r = n - u$, considerando a expressão

(14), pode-se escrever (SCHAFFRIN, 1997):

$$\sum_{i=1}^n r_i = r = n - u \quad (15)$$

Desta forma, pode-se interpretar os números de redundância local r_i de cada observação l_i como a contribuição de cada observação a redundância total ($r = n - u$) do sistema de equações (KAVOURAS, 1982).

Além disso, o número de redundância local r_i de uma observação l_i indica a fração de um possível erro grosseiro na observação l_i que é diretamente refletida no respectivo resíduo v_i desta observação, obtido com o ajustamento pelo MMQ.

Analisando a expressão (13), pode-se definir ainda a matriz $U_{n \times n} = I_{n \times n} - R_{n \times n}$, como sendo dada por:

$$U_{n \times n} = A_{n \times u} (A_{u \times n}^T P_{n \times n} A_{n \times u})^{-1} A_{u \times n}^T P_{n \times n} \quad (16)$$

Como a matriz $U_{n \times n}$ também é uma matriz idempotente, decorre que:

$$\text{traço}[U] = \text{rank}[A] = u \quad (17)$$

Designando os elementos da diagonal principal da matriz $U_{n \times n}$ por u_i (para $i = 1, 2, 3, \dots, n$), considerando a expressão (17), pode-se escrever (FORSTNER, 1987):

$$\sum_{i=1}^n u_i = u \quad (18)$$

Analogamente aos números de redundância local, para cada observação l_i de L_{n+1} , o seu número de absorção local (ou número de absorção) u_i é dado pelo respectivo elemento $u(i, i)$ da diagonal principal da matriz $U_{n \times n}$.

Como o número de absorção local u_i de uma observação l_i é o complemento de seu número de redundância local r_i (pois $I_{n \times n} = R_{n \times n} + U_{n \times n}$), este indica a fração de um possível erro não aleatório

na observação l_i que é absorvida na estimação dos parâmetros incógnitos do modelo, não sendo refletida no respectivo resíduo v_i desta observação (KAVOURAS, 1982).

Portanto, para a identificação de um erro (não aleatório) em uma observação l_i , é desejável um alto valor para r_i e, conseqüentemente, um baixo valor para u_i pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados. Em Oliveira e Dalmolin (2008) são encontrados intervalos de classificação para a controlabilidade das observações mediante os valores de seus números de redundância local.

Quando a matriz peso das observações é uma matriz diagonal (matriz cujos elementos fora da diagonal principal são nulos), para cada observação l_i , a seguinte condição é satisfeita (KAVOURAS, 1982):

$$r_i + u_i = 1 \quad (19)$$

E, além disso, os números de redundância e absorção local estão restritos aos seguintes intervalos fechados (FORSTNER, 1987):

$$0 \leq r_i \leq 1 \quad ; \quad 0 \leq u_i \leq 1 \quad (20)$$

Entretanto, quando a matriz peso das observações não é diagonal, Wang e Chen (1994) demonstram que os números de redundância local podem apresentar valores maiores do que a unidade, ou até mesmo negativos (menores do que zero), fugindo deste intervalo fechado definido pela equação (20).

Considerando que $r = n - u$ uma redundância média pode ser definida como a média $\bar{r}$ dos elementos da diagonal principal da equação (15), ou seja, (TEUNISSEN, 2006):

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n} = \frac{n - u}{n} \quad (21)$$

Essa redundância média é uma medida única e global de todo o modelo, ao contrario dos números de redundância local r_i específicos de cada observação l_i (KLEIN, 2012). Na prática,

para a maioria das redes geodésicas obtidas por técnicas de levantamento clássicas, o número de redundância médio é aproximadamente igual a $\bar{r} \approx 0,5$ e não pode ser aumentado facilmente (POPE, 1976). Entretanto, Klein (2012) ressalva que atualmente, em Fotogrametria e Posicionamento por GNSS, por exemplo, o número de observações em geral é muito superior ao número de parâmetros, e nestes casos, o número de redundância média das observações será em muitos casos maior que $\bar{r} \geq 0,5$.

As confiabilidades interna e externa que foram apresentadas anteriormente se referem ao procedimento data snooping, onde a confiabilidade interna se reduz ao menor erro detectável na i -ésima observação l_i , e a confiabilidade externa se reduz a influência deste possível menor erro detectável em l_i , no vetor dos parâmetros estimados X . Um problema que surge adotando esta estratégia de teste para detecção e identificação de erros é que, para cada observação l_i ($i = 1, 2, \dots, n$), tem-se uma confiabilidade interna diferente, e para cada confiabilidade interna, tem-se uma confiabilidade externa associada, levando a um largo número de cálculos na prática (KLEIN, 2012). Para reduzir esse número de cálculos podem-se substituir os vetores confiabilidade interna ∇l_i e externa ∇X por medidas escalares. A utilização da razão tendência-ruído não é muito vantajosa para a confiabilidade interna no caso do procedimento data snooping, pois a confiabilidade interna já se reduz ao escalar ∇l_i (MDB em l_i).

Para o vetor de confiabilidade externa, considerando $\nabla X_{\alpha+1}$ um possível vetor de erros (bias) não detectados no vetor dos parâmetros estimados $X_{\alpha+1}$, e Σ_X a matriz de covariância de $X_{\alpha+1}$, ou seja, uma descrição do ruído (noise) em $X_{\alpha+1}$, pode-se definir o escalar quadrático bias-to-noiseratio (BNR - razão tendência-ruído) para $X_{\alpha+1}$ por (PAPOULIS, 1991):

$$\lambda_X = \nabla X^T \Sigma_X^{-1} \nabla X \quad (22)$$

Segundo Teunissen (2006), um alto valor para λ_X (BNR) indica que a influência do modelo de erro ∇l sobre $X_{\alpha+1}$ é estatisticamente

significante, enquanto um valor pequeno para λ_X indica que a influência do modelo de erro ∇l_i sobre $X_{\alpha+1}$ não é estatisticamente significativa (com uma probabilidade $\gamma = \gamma_0$). Uma expressão de cálculo alternativa para λ_X é demonstrada em Klein (2012).

De acordo com Kavouras (1982), uma das vantagens da variável padronizada BNR (λ_X) é que, ao contrário do vetor confiabilidade externa ∇X_{l_i} , ela é invariante com respeito ao sistema de referência adotado. Além de também poder ser considerada uma medida de confiabilidade dos resultados, sendo desejáveis valores baixos para λ_X , para qualquer modelo de erro ∇l considerado.

Para o caso do teste data snooping ($q=1$), para cada MDB ∇l_i tem-se um vetor de confiabilidade externa ∇X_{l_i} . Neste caso, o uso da razão tendência-ruído λ_X é interessante para análise, pois, para cada ∇l_i tem-se um escalar λ_X ao invés de um vetor. Este escalar λ_X pode ser entendido como um indicador global do efeito do MDB da i -ésima observação no vetor dos parâmetros X . Como para cada observação tem-se um λ_X , aquela observação que resulta no maior λ_X é a que produz um maior efeito global na rede.

Maiores detalhes sobre a razão tendência-ruído de $l_{\alpha+1}$ e $X_{\alpha+1}$ podem ser obtidos em Kavouras (1982), Teunissen (2006) e Klein (2012).

3. MATERIAIS E METODOLOGIA

A rede GNSS utilizada no experimento é constituída por dados de estações da RBMC do IBGE e que datam de fevereiro de 2010. No experimento as estações ILHA (Ilha Solteira - SP), SPAR (Araçatuba - SP), OURI (Ourinhos - SP) e PPTE (Presidente Prudente - SP) foram considerados vértices desconhecidos da rede, cujas coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z) devem ser determinadas. As estações SJRP (São José do Rio Preto - SP) e ROSA (Rosana - SP) foram consideradas pontos de controle da rede, injuncionando no ajustamento as coordenadas oficiais (SIRGAS2000) destas estações e seus respectivos desvios-padrão no processo de ajustamento. A figura 1 apresenta a

rede geodésica.

Analisando a Figura 1 verifica-se que a rede se constitui de seis vértices: ILHA, SPAR, OURI, PPTE, SJRP, ROSA e onze linhas-base: PPTE – SPAR, PPTE – ILHA, PPTE – OURI, SJRP – SPAR, SJRP – ILHA, SJRP – OURI, SPAR – ILHA, SPAR – OURI, ROSA – PPTE, OURI – ROSA, ILHA – ROSA. Os vértices SJRP e ROSA foram consideradas pontos de controle (injunção absoluta). O número de observações é $11 \times 3 = 33$ (componentes ΔX , ΔY e ΔZ das onze linhas-base), o número de incógnitas é $4 \times 3 = 12$ (coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices desconhecidos ILHA, SPAR, OURI, PPTE) e o número de injunções absolutas é $2 \times 3 = 6$ (coordenadas cartesianas geocêntricas dos pontos de controle SJRP e ROSA). O comprimento médio das linhas-base é de 200 quilômetros.

Inicialmente, os dados foram processados no software Topcon Tools para obtenção das

linhas-base, considerando 6 horas de rastreo. As variâncias e covariâncias das componentes de cada linha-base foram obtidas por meio do posicionamento GNSS relativo, que foi realizado para estimar o valor numérico de suas componentes ΔX , ΔY e ΔZ . As covariâncias entre componentes de diferentes linhas-base foram consideradas nulas. Os ajustamentos foram realizados com auxílio do software Scilab.

A escolha da linha-base a ser repetida na rede foi realizada a partir da análise de qual observação possuía menor valor de número de redundância local. Esse valor indica a fração de um possível erro grosseiro na observação que é diretamente refletida no respectivo resíduo desta observação, obtido com o ajustamento. O número de absorção local de uma observação é o complemento de seu número de redundância local e indica a fração de um possível erro não aleatório na observação que é absorvida na estimação dos parâmetros incógnitos do modelo.



Fig. 1 – Configuração original da rede, com onze linhas-base independentes. Coordenadas Geodésicas (SIRGAS2000)

Para a identificação de um erro (não aleatório) em uma observação é desejável um alto valor para o número de redundância e, conseqüentemente, um baixo valor para número de absorção, pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados.

Identificando o menor valor de número de redundância local verifica-se a qual linha base esta observação pertence. A linha-base então é repetida na rede. Esse procedimento é repetido cinco vezes, sendo que cada inserção configura um novo cenário. Dessa forma ter-se-ão seis cenários (o primeiro da configuração original e mais cinco configurando cada inserção de linha-base).

A metodologia empregada neste trabalho pode também ser aplicada na fase de planejamento, antes mesmo da coleta de dados em campo. Isto porque as medidas de confiabilidade não dependem do valor das observações, e sim, da precisão das mesmas e da geometria/configuração da rede. Desta forma, com base no limiar de precisão que se deseja para as observações e estipulando uma geometria prévia, pode-se empregar a metodologia aplicada neste trabalho para definir, baseado nos valores de confiabilidade, quais as linhas-base serão repetidas.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As análises são realizadas para cada configuração da rede, inicialmente é analisada a rede original e identificada a linha-base a ser repetida, verificando a qual linha-base pertence à observação com menor valor de número de redundância. Esse procedimento é repetido cinco vezes, sendo que cada inserção de nova linha-base configura um novo cenário. Para cada cenário, as medidas de confiabilidade convencionais foram obtidas considerando um poder de teste $\gamma_0=80\%$ e nível de significância $\alpha_0=0,001$, o que implica em um parâmetro de não centralidade de $\lambda_0=17,075$.

4.1 Cenário 1

A rede original é constituída de seis vértices, 33 observações e 12 incógnitas. Após ajustamento pelo MMQ, o teste data snooping foi aplicado, sendo nenhuma observação

identificada, com nível de significância $\alpha_0=0,001$. Analisando os resultados com relação aos valores de desvio padrão das observações, verifica-se a precisão média de 3,8 centímetros, sendo que as onze linhas-base possuem precisões semelhantes em suas componentes, com exceção da componente ΔX das linhas base SJRP_ILHA e ILHA_ROSA que possuem precisão menor, de 6 e 6,6 centímetros, respectivamente.

A fim de verificar a redundância da rede foi calculada a média dos números de redundância locais obtidos e comparada com a média obtida pela equação (21). Ambos os valores são idênticos, de 0,636. Ainda com relação aos números de redundância local, pode-se verificar que linhas-base compostas por dois pontos desconhecidos, em geral, apresentam menores valores para os seus números de redundância local do que as linhas-base compostas por um ponto de controle e um ponto desconhecido. A linha-base ILHA_ROSA apresentou os maiores números de redundância local, provavelmente devido à menor precisão de suas observações, resultando em menor peso no ajustamento e, portanto, deixando suas observações “mais livres” para variar no processo de estimação.

Sobre o menor erro detectável (MDB - confiabilidade interna), em média as observações apresentaram MDB pelo procedimento de teste data snooping 3,52 vezes maior que a precisão (σ_i) destas para a configuração original. Em geral, quanto menos precisa é a observação, maior o seu MDB (correlação de 0,87). A linha-base ILHA_ROSA apresentou os maiores valores para os números de redundância local e também apresentou a menor confiabilidade interna (maiores valores para o MDB). Ou seja, embora um erro não aleatório em alguma componente desta linha-base seja altamente refletido no respectivo resíduo, devido ao fato de sua baixa precisão, o menor erro detectável pelo procedimento data snooping, também é relativamente maior do que para as componentes de outras linhas-base. Portanto, é importante que estas medidas de confiabilidade sejam analisadas conjuntamente.

A linha-base ILHA_ROSA também é a que possui menor valor de BNR. Isto significa

que entre todas as linhas-base, a ILHA_ROSA provoca o menor efeito nos parâmetros em decorrência de erros não detectados nas suas observações. O maior efeito é provocado pela linha-base SPAR_ILHA. Entre o número de redundância e o BNR é verificada alta correlação negativa, de 0,92. Quanto maior valor do número de redundância, menor o valor de BNR.

A confiabilidade externa reflete a influência do MDB de uma observação nos resultados do ajustamento (no vetor dos parâmetros ajustados). Como a rede geodésica em estudo possui observações, pela teoria de confiabilidade convencional, tem-se 33 confiabilidades externas associadas (uma para cada observação). A Tabela 1 apresenta apenas três destas confiabilidades externas, relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB. O maior valor de MDB encontrado é de 0,26 metros na observação Δ XILHA_ROSA, o MDB intermediário é de 0,136 (média dos valores de MDB é 0,133) na observação Δ XSPAR_ILHA e menor MDB de 0,09 metros na observação Δ ZSJRP_ILHA.

Tabela 1: Confiabilidade externa das observações Δ XILHA_ROSA, Δ XSPAR_ILHA e Δ ZSJRP_ILHA

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,009	0,005	0
Y_PPTE	0,001	0,005	0
Z_PPTE	-0,002	-0,001	0,013
X_SPAR	-0,011	-0,02	-0,001
Y_SPAR	0,002	0,003	0,002
Z_SPAR	-0,002	-0,001	0,015
X_ILHA	-0,025	0,066	-0,001
Y_ILHA	0,004	0,003	0,002
Z_ILHA	-0,005	-0,004	0,034
X_OURI	-0,006	-0,004	0
Y_OURI	0	0,002	0,001
Z_OURI	-0,002	0	0,008

Analisando a Tabela 1 verifica-se que a influência do menor erro detectável em uma observação afeta principalmente as coordenadas referentes ao eixo cartesiano sobre o qual

foi tomada aquela observação. O menor erro detectável da observação Δ ZSJRP_ILHA afeta principalmente as coordenadas Zj da rede, e o mesmo para as observações Δ XILHA_ROSA e Δ XSPAR_ILHA). Também nota-se que a influência do MDB de uma observação é maior para os parâmetros diretamente ligados aquela observação (como por exemplo, a coordenada XILHA para a observação Δ XSPAR_ILHA).

Analisando as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que o maior MDB encontrado, de 26 centímetros, correspondente a observação Δ XILHA_ROSA, quando não detectado causa um erro de apenas 2,5 centímetros na coordenada XILHA. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,903 (ou seja, 90% do erro é refletido no resíduo desta observação e 10% é absorvido na estimação dos parâmetros incógnitos).

Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 13,6 centímetros, correspondente a observação Δ XSPAR_ILHA, quando não detectado causa um erro de 6,6 centímetros na mesma coordenada XILHA. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,371 (ou seja, 37% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 63% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

Interessante comparar a influência do maior MDB e de um MDB intermediário na mesma componente de uma coordenada. O maior MDB teve menos da metade da influência que o MDB intermediário, o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 9 centímetros, correspondente a observação Δ ZSJRP_ILHA, quando não detectado causa um erro de 3,4 centímetros na coordenada ZILHA. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,63 (ou seja, 63% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 37% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

O menor número de redundância corresponde à observação Δ XSPAR_ILHA e é de 0,371. Esse valor indica a fração de um possível erro não aleatório na observação que

é diretamente refletida no respectivo resíduo desta observação, obtido com o ajustamento. Para a identificação de um erro (não aleatório) em uma observação, é desejável um alto valor para o número de redundância, pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados. Com o objetivo de melhorar a redundância da rede, a linha-base a qual pertence à observação com menor valor de número de redundância é repetida, configurando o próximo cenário a rede: a rede original com a adição da linha-base ILHA_SPAR, repetida.

4.2 Cenário 2

A rede do segundo cenário possui 36 observações, com a nova linha-base ILHA_SPAR. Após o ajustamento por mínimos quadrados (MMQ), o teste data snooping foi aplicado, sendo nenhuma observação identificada, com nível de significância de $\alpha=0,001$. As medidas de confiabilidade convencionais foram obtidas considerando um poder de teste $\gamma=80\%$ e nível de significância $\alpha=0,001$.

O valor da redundância média aumentou de 0,63 para 0,67 com a inserção da linha-base ILHA_SPAR, no segundo cenário. A linha-base ILHA_ROSA novamente apresentou os maiores valores de redundância local, mais alto que no cenário 1, para a componente X (0,917). O maior valor de redundância é para a resultante da linha-base ILHA_ROSA, de 0,802. O menor valor de redundância local encontrado (0,512) é para a componente ΔX da linha-base SJRP_SPAR. E o menor valor de redundância para a resultante de linha-base é em SJRP_SPAR, de 0,566.

Em média as observações apresentaram MDB pelo procedimento de teste data snooping 3,36 vezes maior que a precisão (σ) destas para a configuração original. A linha-base ILHA_ROSA apresentou o maior valor para o número de redundância local e também apresentou a menor confiabilidade interna (maiores valores para o MDB) e maior valor de BNR.

A Tabela 2 apresenta apenas as confiabilidades externas relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB no segundo cenário. O maior valor de MDB encontrado é de novamente 0,26 metros na observação ΔX ILHA_ROSA, o MDB intermediário é de 0,128 (média dos

valores de MDB é 0,128 metros) na observação ΔZ PTE_OURI e novamente menor MDB de 0,088 metros na observação ΔZ SJRP_ILHA. No cenário anterior a componente ΔX da linha-base SPAR_ILHA foi utilizada como MDB intermediário, tendo o valor de 0,136 metros. Verifica-se a diminuição do valor de MDB nessa componente no segundo cenário, para 0,108 metros. A resultante de MDB para a linha base SPAR_ILHA passou de 0,12 para 0,1. A diminuição do valor de MDB se deve ao fato de a linha-base repetida ser a ILHA_SPAR. A média dos valores de MDB era de 0,133 no primeiro cenário. Houve diminuição de média de MDB para 0,128 neste segundo cenário.

Tabela 2: Confiabilidade externa das observações ΔX ILHA_ROSA, ΔX PTE_OURI e ΔZ SJRP_ILHA em metros

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PTE	-0,009	-0,028	-0,001
Y_PTE	0,001	-0,002	0,001
Z_PTE	-0,003	-0,005	0,014
X_SPAR	-0,011	-0,006	-0,002
Y_SPAR	0,001	0	0,004
Z_SPAR	-0,003	0,001	0,018
X_ILHA	-0,021	-0,01	-0,001
Y_ILHA	0,004	0	0,002
Z_ILHA	-0,005	0	0,03
X_OURI	-0,006	0,03	0
Y_OURI	0	0,001	0,002
Z_OURI	-0,003	0,008	0,009

Analizando na Tabela 2 as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que o maior MDB encontrado, de 26centímetros, correspondente a observação ΔX ILHA_ROSA, quando não detectado causa um erro máximo nos parâmetros da rede na coordenada XILHA, de apenas 2,1 centímetros. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,917 (ou seja, aproximadamente 92% do erro é refletido no resíduo desta observação e 8% é absorvido na estimação dos parâmetros incógnitos). Nessa mesma análise, verifica-se

que o MDB intermediário de 12,8 centímetros, correspondente a observação ΔX_{PPTE_OURI} , quando não detectado causa um erro de 2,8 centímetros na coordenadas X_{PPTE} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,602. Assim, cerca de 40% do erro é refletido nos parâmetros.

O maior valor de confiabilidade externa encontrado nesse cenário é de 5,6 centímetros para a coordenada X_{SPAR} a partir de um MDB de 11,5 na observação ΔX_{SJRP_SPAR} , para qual o número de redundância é de 0,512. O segundo maior valor de confiabilidade externa é de 5,5 centímetros na coordenadas X_{OURI} a partir de um MDB de 13,3 na observação ΔX_{SJRP_OURI} , para qual o número de redundância é de 0,587. O que corrobora com o que foi verificado nos outros casos. Um MDB maior (26 centímetros) teve menos da metade da influência (2,1 centímetros) que o MDB intermediário (11,5) em outros parâmetros (5,6 centímetros), o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 8,8 centímetros, correspondente a observação ΔZ_{SJRP_ILHA} , quando não detectado causa um erro de 3 centímetros na coordenada Z_{ILHA} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,655 (ou seja, 66% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 34% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

O menor número de redundância corresponde à observação ΔX_{SJRP_SPAR} e é de 0,512. Com o objetivo de melhorar a redundância da rede, a linha-base a qual pertence a observação com menor valor de número de redundância é repetida, configurando o terceiro cenário a rede: a rede com a adição da segunda linha-base repetida: $SPAR_SJRP$.

4.3 Cenário 3

A rede do terceiro cenário possui 39 observações, com a nova linha-base $SPAR_SJRP$. Novamente, nenhuma observação foi identificada pelo teste data snooping, com nível de significância de $\alpha=0,001$. Analisando as medidas de confiabilidade convencionais verifica-se que valor da redundância média subiu

de 0,67 para 0,69 com o novo cenário. A linha-base $ILHA_ROSA$ novamente apresentou os maiores valores de redundância local, mais alto que nos cenários anteriores, para a componente X (0,929). O maior valor de redundância é também para a resultante da linha-base $ILHA_ROSA$, de 0,821. O menor valor de redundância local encontrado (0,549) é para a componente ΔY da linha-base $PPTE_ILHA$. E o menor valor de redundância para a resultante de linha-base é em $PPTE_OURI$, de 0,566. A linha base $SJRP_SPAR$ que antes possuía menor valor de redundância, agora passa a ter 0,694. A linha-base $ILHA_ROSA$ apresentou o maior valor para o número de redundância local e também apresentou maiores valores para o MDB e de BNR.

A Tabela 3 apresenta as confiabilidades externas, relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB para o terceiro cenário. O maior valor de MDB encontrado é de novamente 25,5 centímetros na observação ΔX_{ILHA_ROSA} , o MDB intermediário é de 12,31 (média dos valores de MDB é 12,34 centímetros) na observação ΔY_{ROSA_PPTE} e novamente menor MDB de 8,37 centímetros na observação ΔZ_{SJRP_SPAR} .

Tabela 3: Confiabilidade externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{PPTE_OURI} e ΔZ_{SJRP_ILHA} em metros

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,007	0,003	0,002
Y_PPTE	0,001	0,038	-0,004
Z_PPTE	-0,002	-0,006	0,009
X_SPAR	-0,007	0,003	0,006
Y_SPAR	0,001	0,012	-0,011
Z_SPAR	-0,002	-0,001	0,019
X_ILHA	-0,018	0,005	0,004
Y_ILHA	0,004	0,015	-0,007
Z_ILHA	-0,004	-0,002	0,009
X_OURI	-0,004	0	0,003
Y_OURI	0	0,014	-0,004
Z_OURI	-0,002	0,002	0,008

Analisando na Tabela 3 verifica-se que o maior MDB encontrado, de 25,5 centímetros, correspondente a observação Δ XILHA_ROSA, quando não detectado causa um erro máximo nos parâmetros da rede na coordenada XILHA, de 1,8 centímetros. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,93. No geral, a confiabilidade externa para a observação com maior MDB - Δ XILHA_ROSA - apresenta valores baixos, com média de 0,3 centímetros. Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 12,31 centímetros, correspondente a observação Δ YROSA_PPTE, quando não detectado causa um erro máximo de 3,83 centímetros na coordenadas YPPTE. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,69. Assim, cerca de 31% do erro é refletido nos parâmetros.

O maior valor de confiabilidade externa encontrado nesse cenário é de 5,1 centímetros para a coordenada XOURI a partir de um MDB de 13,1 centímetros na observação Δ XSJRP_OURI, para qual o número de redundância é de 0,61. O segundo maior valor de confiabilidade externa é de 4,6 centímetros na coordenadas XPPTE a partir de um MDB de 12,3 centímetros na observação Δ XROSA_PPTE para qual o número de redundância é de 0,624. Conforme foi verificado nos outros casos, um MDB maior (25,5 centímetros) teve menos influência (1,8 centímetros) que o MDB intermediário (12,3) em outro parâmetro (4,6 centímetros), o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 8,37 centímetros, correspondente a observação Δ ZSJRP_SPAR, quando não detectado causa um erro de 1,94 centímetros na coordenada ZSPAR. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,768 (ou seja, cerca de 77% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 23% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

O menor número de redundância corresponde à observação Δ YPPTE_ILHA e é de

0,549. Com o objetivo de melhorar a redundância da rede, a linha-base a qual pertence a observação com menor valor de número de redundância é repetida, configurando o próximo cenário a rede: a rede com a adição da terceira linha-base repetida: PPTE_ILHA.

4.4 Cenário 4

A rede do quarto cenário possui 42 observações, com a nova linha-base PPTE_ILHA. Novamente, nenhuma observação foi identificada pelo teste data snooping, com nível de significância de $\alpha=0,001$. Analisando as medidas de confiabilidade convencionais verifica-se que o valor da redundância média aumentou de 0,69 para 0,71 com o novo cenário. A linha-base ILHA_ROSA novamente apresentou os maiores valores de redundância local, mais alto que nos cenários anteriores, para a componente X (0,936). O maior valor de redundância é também para a resultante da linha-base ILHA_ROSA, de 0,832. O menor valor de redundância local encontrado (0,566) é para a componente Δ X da linha-base PPTE_OURI. E o menor valor de redundância para a resultante de linha-base é em PPTE_OURI, de 0,594. A observação Δ YPPTE_ILHA que antes possuía menor valor de redundância (0,549), agora passa a ter 0,624.

Em média as observações apresentaram MDB pelo procedimento de teste data snooping 3,23 vezes maior que a precisão (σ_i) destas para a configuração original. Em geral, quanto menos precisa é a observação, maior o seu MDB (correlação de 0,87). A linha-base ILHA_ROSA apresentou o maior valor para o número de redundância local e também apresentou maiores valores para o MDB de BNR, novamente.

Na Tabela 4 são apresentados os valores de confiabilidade externa para o maior valor de MDB encontrado, de 25,4 centímetros na observação Δ XILHA_ROSA, o MDB intermediário, de 12 centímetros (média dos valores de MDB é 12 centímetros) na observação Δ YROSA_PPTE, e menor MDB, de 8,37 centímetros na observação Δ ZSPAR_SJRP novamente. Em geral, os valores máximos e mínimos de MDB são idênticos ao cenário anterior. A média dos valores de MDB baixou 34 milímetros.

Tabela 4: Confiabilidade externa das observações Δ XILHA_ROSA, Δ XROSA_PPTE e Δ ZSJRP_SPAR em metros

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,008	0,002	0,002
Y_PPTE	0,001	0,036	-0,004
Z_PPTE	-0,003	-0,004	0,009
X_SPAR	-0,007	0,003	0,006
Y_SPAR	0,001	0,012	-0,011
Z_SPAR	-0,002	-0,001	0,019
X_ILHA	-0,016	0,007	0,004
Y_ILHA	0,004	0,016	-0,006
Z_ILHA	-0,004	-0,003	0,009
X_OURI	-0,004	0	0,003
Y_OURI	0	0,014	-0,004
Z_OURI	-0,002	0,002	0,008

Analisando na Tabela 4 verifica-se que o maior MDB encontrado, de 25,4 centímetros, correspondente a observação Δ XILHA_ROSA, quando não detectado causa um erro máximo nos parâmetros da rede na coordenada YILHA, de apenas 1,6 centímetros. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,94. Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 12 centímetros, correspondente a observação Δ YROSA_PPTE, quando não detectado causa um erro máximo de 3,6 centímetros na coordenadas YPPTE. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,704. Assim, cerca de 30% do erro é refletido nos parâmetros.

O maior valor de confiabilidade externa encontrado nesse cenário é de 5,1 centímetros para a coordenada XOURI a partir de um MDB de 13,1 centímetros na observação Δ XSJRP_OURI, para qual o número de redundância é de 0,61. O segundo maior valor de confiabilidade externa é de 4,2 centímetros na coordenadas XPPTE a partir de um MDB de 12,1 centímetros na observação Δ XROSA_PPTE para qual o número de redundância é de 0,652. Conforme foi verificado nos outros casos, um MDB maior

(25,4 centímetros) teve menos influência (1,6 centímetros) que o MDB intermediário (12,1) em outro parâmetro (4,2 centímetros), o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 8,4 centímetros, correspondente a observação Δ ZSJRP_SPAR, quando não detectado causa um erro de 1,9 centímetros na coordenada ZSPAR. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,768 (ou seja, cerca de 77% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 23% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

O menor número de redundância corresponde à observação Δ YPPTE_OURI e é de 0,566. Com o objetivo de melhorar a redundância da rede, a linha-base a qual pertence a observação com menor valor de número de redundância é repetida, configurando o próximo cenário a rede: a rede com a adição da quarta linha-base repetida: PPTE_OURI.

4.5 Cenário 5

A rede do quarto cenário possui 45 observações, com a nova linha-base PPTE_OURI. Novamente, nenhuma observação foi identificada pelo teste data snooping, com nível de significância de $\alpha=0,001$. Analisando as medidas de confiabilidade convencionais obtidas considerando um poder de teste $\gamma=80\%$ e nível de significância $\alpha=0,001$ no quinto cenário, verifica-se que o valor da redundância média aumentou de 0,71 para 0,73. A linha-base ILHA_ROSA novamente apresentou os maiores valores de redundância local, mais alto que nos cenários anteriores, para a componente X (0,937). O maior valor de redundância é também para a resultante da linha-base ILHA_ROSA, de 0,834. O menor valor de redundância local encontrado (0,605) é para a componente X da linha-base ILHA_ROSA. E o menor valor de redundância para a resultante de linha-base é em SPAR_OURI, de 0,694. A observação Δ XPPTE_OURI que antes possuía menor valor de redundância (0,566), agora passa a ter 0,696.

O maior valor de MDB é de 17 centímetros na resultante da linha-base ILHA_ROSA e o menor valor de MDB é de 9,1 centímetros na resultante da linha-base SJRP_SPAR, o que é

idêntico ao cenário anterior e que era esperado, já que a linha base repetida novamente não contém essas estações. A componente ΔX da linha-base ILHA_ROSA apresentou o maior valor de MDB de 25,4 centímetros. A correlação entre os valores de desvio-padrão e de MDB é de 0,86. A linha-base ILHA_ROSA apresentou novamente o maior valor para o número de redundância local e também apresentou a maiores valores para o MDB e BNR. Ou seja, embora um erro grosseiro em alguma componente desta linha-base seja altamente refletido no respectivo resíduo, devido ao fato de sua baixa precisão, o menor erro detectável pelo procedimento data snooping, também é relativamente maior do que para as componentes de outras linhas-base. Portanto, é importante que estas medidas de confiabilidade sejam analisadas conjuntamente.

A Tabela 5 apresenta apenas as confiabilidades externa relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB. O maior valor de MDB encontrado é de 25,4 centímetros na observação ΔX_{ILHA_ROSA} , o MDB intermediário é de 11,8 centímetros (média dos valores de MDB é 11,8 centímetros) na observação ΔY_{ROSA_PPTE} e novamente menor MDB de 8,37 centímetros na observação ΔZ_{SPAR_SJR} . Pelo menos quatro observações apresentaram valores de MDB iguais a média dos valores de MDB e, dessa forma, a observação escolhida para exemplificar o MDB médio foi a mesma do cenário anterior, a fim de verificar modificações nos resultados para esta. Em geral, os valores máximos e mínimos de MDB são idênticos ao cenário anterior. A média dos valores de MDB diminuiu 2 milímetros. Analisando na Tabela 5 verifica-se que o maior MDB encontrado, de 25,4 centímetros, correspondente a observação ΔX_{ILHA_ROSA} , quando não detectado causa um erro máximo nos parâmetros da rede na coordenada YILHA, de apenas 1,6 centímetros, igual ao cenário anterior. O número de redundância local desta observação que é de 0,94. Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 11,8 centímetros, correspondente a observação ΔY_{ROSA_PPTE} , quando não detectado causa um erro máximo de 3,3 centímetros na coordenadas YPPTE. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,724. Assim, cerca de 28% do erro é refletido

nos parâmetros.

Tabela 5: Confiabilidade externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{ROSA_PPTE} e ΔZ_{SJR_SPAR} em metros

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,007	0,001	0,002
Y_PPTE	0,001	0,033	-0,004
Z_PPTE	-0,003	-0,003	0,009
X_SPAR	-0,007	0,003	0,006
Y_SPAR	0,001	0,011	-0,011
Z_SPAR	-0,002	-0,001	0,019
X_ILHA	-0,016	0,006	0,004
Y_ILHA	0,004	0,014	-0,006
Z_ILHA	-0,004	-0,002	0,009
X_OURI	-0,005	0,002	0,002
Y_OURI	0	0,015	-0,004
Z_OURI	-0,002	0	0,009

O maior valor de confiabilidade externa encontrado nesse cenário é de 4,3 centímetros para a coordenada XOURI a partir de um MDB de 12,7 centímetros na observação ΔX_{SJR_OURI} , para qual o número de redundância é de 0,662. O segundo maior valor de confiabilidade externa é de 3,79 centímetros na coordenadas XPPTE a partir de um MDB de 11,8 centímetros na observação ΔX_{ROSA_PPTE} para qual o número de redundância é de 0,680.

Conforme foi verificado nos outros casos, um MDB maior (25,4 centímetros) teve menos influência (1,6 centímetros) que o MDB intermediário (11,8 centímetros) em outro parâmetro (3,79 centímetros), o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 8,4 centímetros, correspondente a observação ΔZ_{SJR_SPAR} , quando não detectado causa um erro de 1,9 centímetros na coordenada ZSPAR. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,768 (ou seja, cerca de 77% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 23% são absorvidos na estimação dos parâmetros

incógnitos).

Nesse cenário verificou-se a estabilização da rede através das análises com a inclusão de linhas-base repetidas. No sexto cenário, com a quinta linha-base repetida: OURI_SPAR, o valor mínimo de redundância se manteve o mesmo identificado no quinto cenário, de 0,605. Também não se verificou mudança nos valores de confiabilidade interna e externa extremos. Dessa forma, optou-se por encerrar a inserção de novas linhas-base.

4.6 Análise Geral

Em geral, quanto menos precisa é a observação, maior o seu MDB. A correlação linear média entre o desvio-padrão das observações e os resultados de MDB para todos os cenários é de 87%. Na Figura 2 são visualizados os maiores valores de confiabilidade interna (MDB) encontrados. A diferença entre o cenário 6 e o cenário 1 é de 6 milímetros, o que corresponde a uma melhora de 23%. A estabilização é verificada visualmente a partir do quarto cenário, aproximadamente no valor de MDB de 25,4 centímetros.

A linha-base ILHA_ROSA apresentou em todos os cenários o maior valor para o número de redundância local e também apresentou a

menor confiabilidade interna (maiores valores para o MDB). Ou seja, embora um erro grosseiro em alguma componente desta linha-base seja altamente refletido no respectivo resíduo, devido ao fato de sua baixa precisão, o menor erro detectável também é relativamente maior do que para as componentes de outras linhas-base. Portanto, é importante que estas medidas de confiabilidade sejam analisadas conjuntamente.

Com relação à confiabilidade externa foram analisados os resultados relativos às observações com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB, em cada cenário. Verificou-se que a influência do menor erro detectável em uma observação afeta principalmente as coordenadas referentes ao eixo cartesiano sobre o qual foi tomada aquela observação. Também nota-se que a influência do MDB de uma observação é maior para os parâmetros diretamente ligados aquela observação. Analisando as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que maiores MDBs podem causar, quando não detectados, menos da metade do erro nos resultados que MDBs intermediários, por exemplo. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local das observações. Na figura 3 são visualizados os maiores valores de confiabilidade externa encontrados.

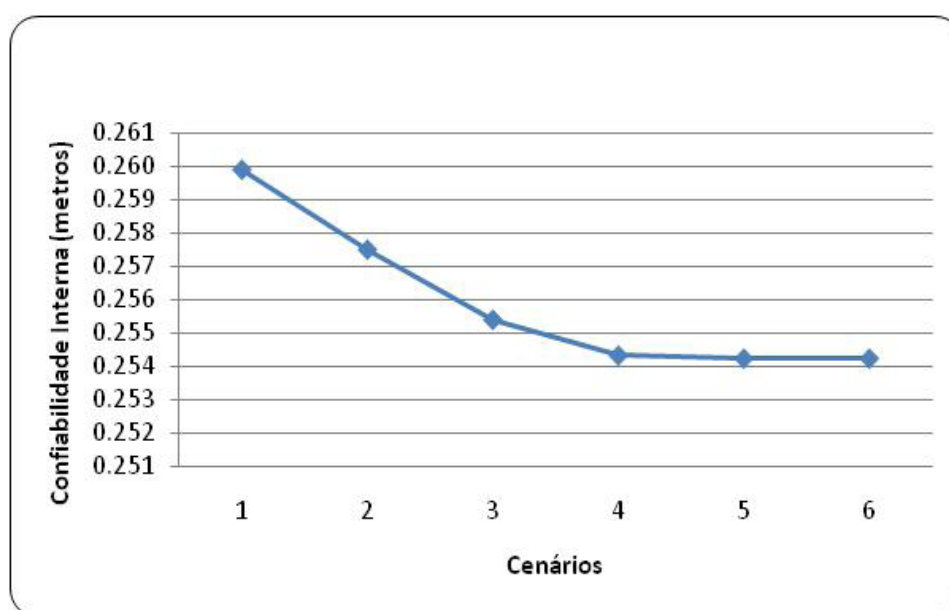


Fig. 2 – Valores máximos de MDB (metros) em cada cenário.

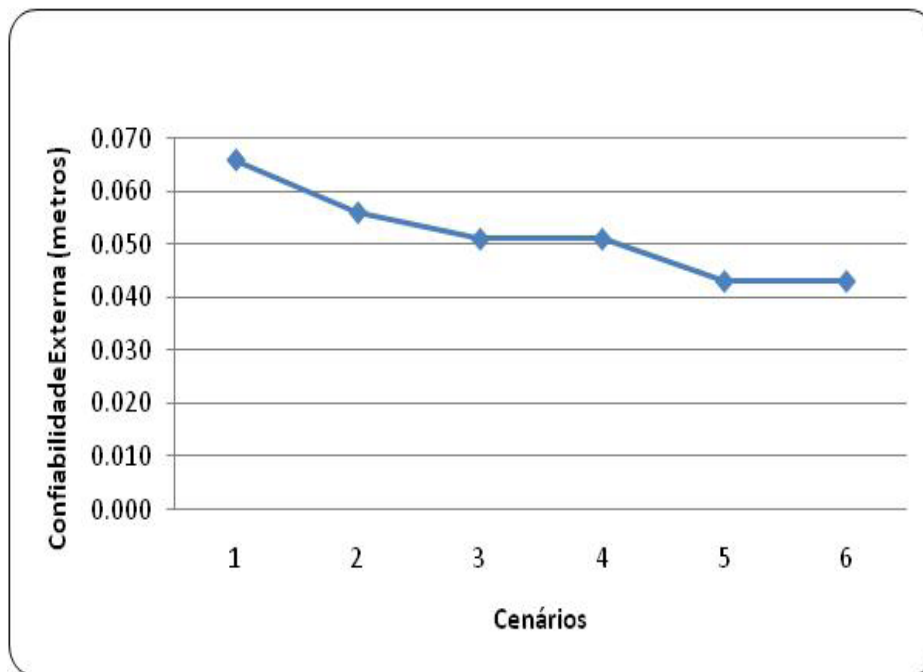


Fig. 3 – Valores máximos de confiabilidade externa (metros) em cada cenário.

Analisando a Figura 3 verifica-se a diferença entre o cenário 6 e o cenário 1 é de 2,3 centímetros, que corresponde a uma melhora de 35% no valor de confiabilidade externa máxima. A estabilização é verificada a partir do quinto cenário, aproximadamente no valor de 4,3 centímetros. Porém, os cenários três e quarto também são semelhantes quanto ao valor máximo de confiabilidade externa. Isso se deve ao fato que o parâmetro com maior confiabilidade externa é a coordenada X da estação OURI e a linha-base repetida no terceiro cenário não compreende essa estação, é PPTE_ILHA. No quarto cenário, a linha-base repetida é PPTE_OURI, e no quinto cenário é a linha-base OURI_SPAR, dessa forma, se verifica a melhora no valor de confiabilidade externa nesse parâmetro.

Somente no primeiro cenário o parâmetro XSPAR possui o maior valor de confiabilidade externa. A partir do segundo cenário o parâmetro XOURI possui maior valor de confiabilidade externa em todos os cenários. No primeiro cenário esse parâmetro possui a segundo maior de confiabilidade externa. Após a inserção da linha-base ILHA_SPAR, no segundo cenário,

o parâmetro XSPAR deixa de ser o que possui maior confiabilidade externa.

Na Figura 4 são visualizados os maiores valores BNR encontrados. A diferença entre o cenário 6 e o cenário 1 é de 17,94, ou seja, uma melhora de 64%. A estabilização é verificada visualmente a partir do quinto cenário, aproximadamente no valor de 10,3. Analisando a figura 4 se verifica um “salto” entre o primeiro cenário e o segundo, outro salto entre o quarto e o quinto cenário. O primeiro “salto” se deve provavelmente a inserção da linha-base ILHA_SPAR.

Na Figura 5 são visualizados os maiores valores de número de redundância máximos encontrados. A diferença entre o cenário 6 e o cenário 1 é de 0,034, o que corresponde a uma melhora de 4%. A estabilização é verificada visualmente a partir do quinto cenário, aproximadamente no valor de 0,937.

O número de redundância local de uma observação indica a fração de um possível erro grosseiro na observação que é diretamente refletida no respectivo resíduo desta observação, obtido com o ajustamento pelo MMQ.

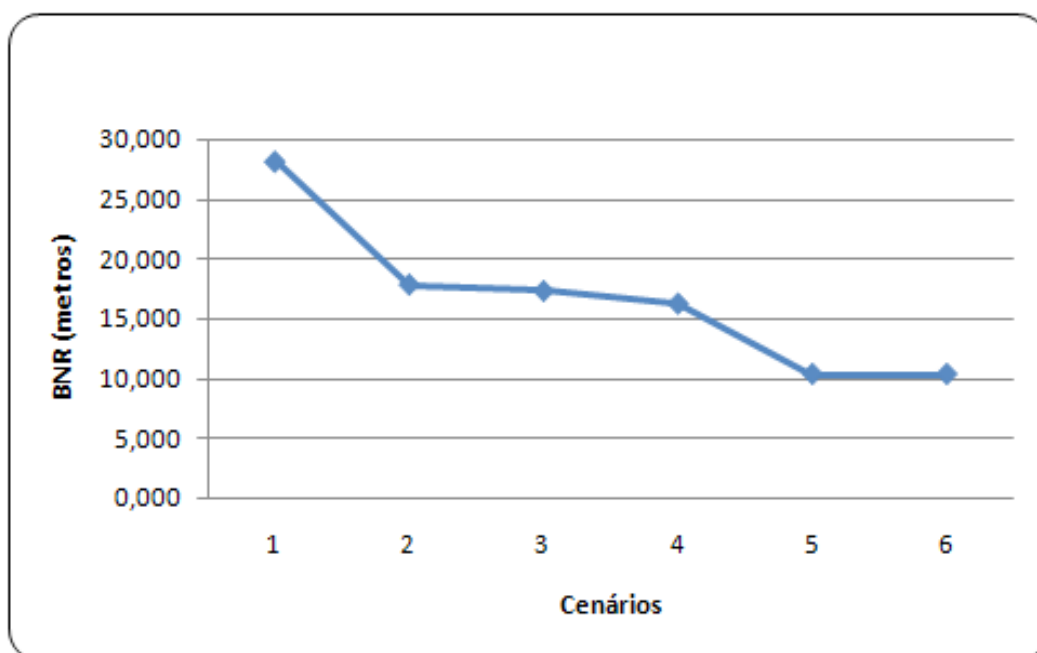


Fig. 4 – Valores máximos de BNR (metros) em cada cenário.

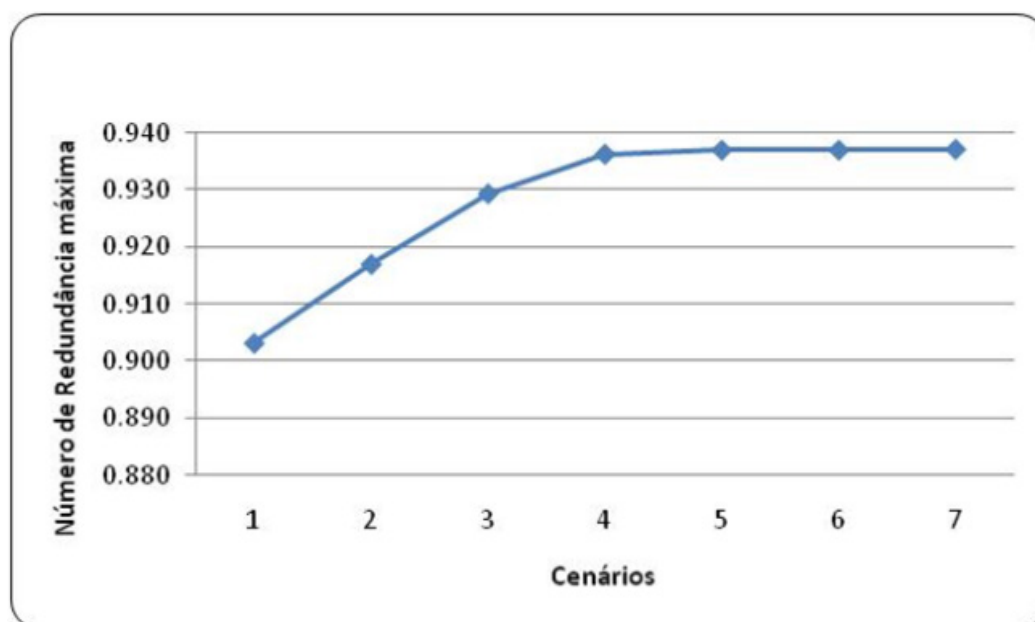


Fig. 5 – Valores máximos de número de redundância em cada cenário.

Para a identificação de um erro (não aleatório) em uma observação é desejável um alto valor para o número de redundância, pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados. Assim, a escolha de linha-base a ser inserida em

cada cenário foi baseada na observação com menor valor de número de redundância. Na Figura 6 são visualizados os valores mínimos de número de redundância encontrados em cada cenário.

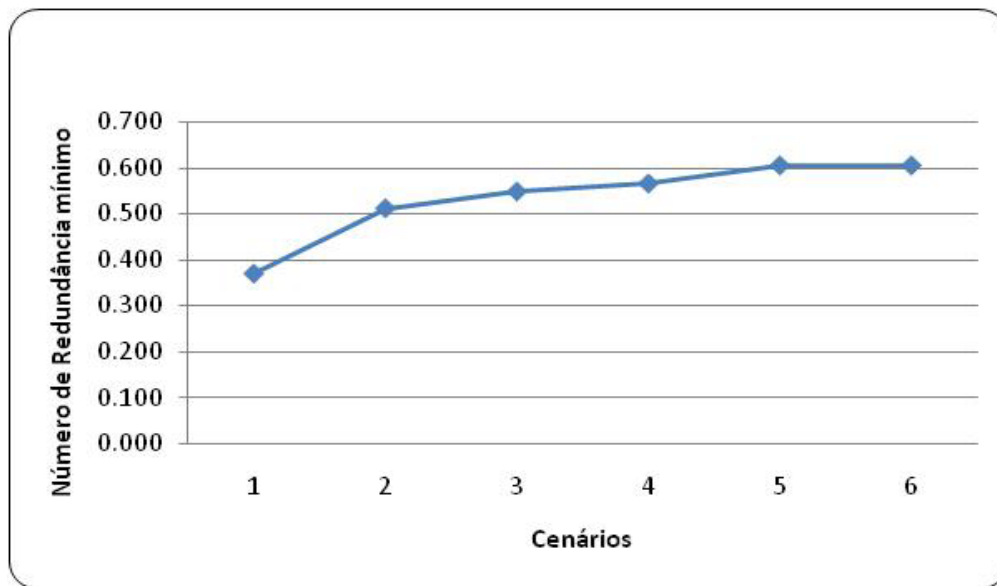


Fig. 6 – Menores valores de número de redundância em cada cenário.

A diferença entre o último e o primeiro cenário para o valor de redundância mínima foi de 0,243, o que corresponde a uma melhora de 65,5%. A redundância média da rede passou de 0,64, no primeiro cenário, para 0,73 no quinto cenário.

5. DISCUSSÕES E CONCLUSÃO

Para cada cenário foi realizado o ajustamento da rede considerando a configuração original e adicionadas as novas observações pertencentes às linhas-base inseridas em cada caso. O procedimento de teste data snooping foi aplicado em cada cenário e nenhuma observação foi identificada, com nível de significância de 0,001. As medidas de confiabilidade convencional que foram analisadas para cada cenário são: número de redundância, absorção, confiabilidade interna e externa e razão tendência-ruído, considerando poder do teste de 80% e nível de significância de 0,001. A inserção de novas linhas-base na rede foi realizada até a estabilização dos valores analisados.

Com relação aos valores máximos de confiabilidade interna, a melhora obtida entre o primeiro e o último cenário foi de 23%. Para os resultados de confiabilidade externa, a melhora entre o primeiro e o último cenário foi de 35%. Com relação a razão tendência-ruído, entre o primeiro e último cenário, verificou-se a melhora de 64%. Para os menores valores de número de redundância encontrados verificou-se a melhora

de 65,5% entre o primeiro e o último cenário, de onde se conclui que, com a inserção das novas linhas-base, mais do possível erro não aleatório presente nas observações é refletido no vetor de resíduos, melhorando a eficiência do teste data snooping na detecção de outlier.

A metodologia empregada neste trabalho pode também ser aplicada na fase de planejamento, antes mesmo da coleta de dados em campo. Isto porque as medidas de confiabilidade não dependem do valor das observações, e sim, da precisão das mesmas e da geometria/configuração da rede. Desta forma, com base no limiar de precisão que se deseja para as observações e estipulando uma geometria prévia, pode-se empregar a metodologia aplicada neste trabalho para definir, baseado nos valores de confiabilidade, quais as linhas-base serão repetidas.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq (Bolsas de Mestrado 2013-2015; Bolsa Produtividade em Pesquisa Proc.303306/2012-2; Universal 14/2012 proc. 477914/2012-8). Ao IBGE pelos dados da RBMC.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAARDA, W. A testing procedure for use in geodetic networks. **Publications on Geodesy**, New Series, v. 2, n. 5, Delft: Netherlands Geodetic Commission, 1968. 24p.

- COLLISCHONN, C.; MATSUOKA T. M.; GUZATTO M.; KLEIN I.; SOUZA S. F. Análise de Confiabilidade em rede GNSS baseado na repetição de linhas-base. **Anais do XXVI Congresso Brasileiro de Cartografia**, Gramado, 2014. 19p.
- DALMOLIN, Q. **Ajustamento por Mínimos Quadrados**. Curitiba: Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas/UFPR, 2002. 175p.
- FÖRSTNER, W. Reliability analysis of parameter estimation in linear models with applications to mensuration problems in computer vision. **Computer Vision, Graphics and Image Processing**, v. 40, p. 273-310, 1987.
- GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Ed. UFPR, 1994. 319p.
- GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. **Adjustment Computations: Spatial Data Analysis**. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2006. 611p.
- GUI, Q.; LI, G.; OU, J. Robust-biased estimation based on quasi-accurate detection. **Journal of Surveying Engineering**, v. 131, n. 3, p. 67-72, 2005.
- GUO, J. F.; OU, J. K.; WANG, H. Quasi-accurate detection of outliers for correlated observations. **Journal of Surveying Engineering**, v. 133, n. 3, p. 129-133, 2007.
- KAVOURAS, M. **On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Networks**. 1982. M.Sc.E. Thesis – Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 1982. 121 p.
- KLEIN, I. **Controle de Qualidade no Ajustamento de Observações Geodésicas**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, UFRGS. 2012. 316 p.
- LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 2004. 560 p.
- OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. A Influência da Redundância da Observação sobre a Precisão dos Parâmetros. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 14, n. 3, p. 295-315, 2008.
- PAPOULIS, A. **Probability, random variables and stochastic processes**. New York: McGraw-Hill Book Company, 1991. 678p.
- POPE, A. J. The statistics of residuals and the detection of outliers. **NOAA Technical Report. NOS 65 NGS 1**, Rockville, Md, 1976. 98p.
- SCHAFFRIN, B. Reliability measures for correlated observations. **Journal of Surveying Engineering**, v. 123, n. 3, p. 126-137, 1997.
- TEIXEIRA, N. N.; FERREIRA, L. D. D. Análise da Confiabilidade de Redes Geodésicas. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 9, n. 2, p. 199-216, 2003.
- TEUNISSEN, P. J. G. **Adjustment Theory: an introduction**. Delft: Ed. Delft University Press, 2003. 193p.
- TEUNISSEN, P. J. G. **Testing theory: an introduction**. 2. ed. Delft: Ed. VSSD, 2006. 147p.
- WANG, J.; CHEN, Y. On the reliability measure of observations. **Acta Geodaetica et Cartographica Sinica**, English Edition, p. 42-51, 1994.